

113 學年度四技二專第四次聯合模擬考試

共同科目 數學(C)卷 詳解

數學(C)卷

113-4-C

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	B	D	C	C	A	B	D	A	C	C	B	D	A	D	B	D	A	A	C	D	A	B	B	A

1. $\because |x+y| = -(x+y)$

$\therefore x+y \leq 0 \cdots \textcircled{1}$

又 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} < 0 \Rightarrow \frac{y+x}{x \cdot y} < 0 \Rightarrow x \cdot y > 0 \cdots \textcircled{2}$

由 $\textcircled{1}\textcircled{2}$ 可知： $x < 0$ 且 $y < 0$

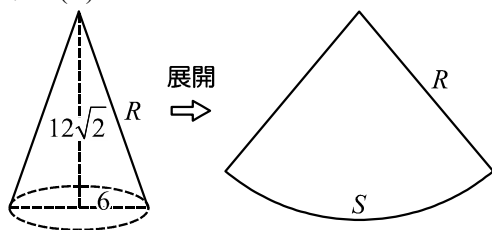
所以 $P(y, x)$ 在第三象限，故選(C)

2. $R = \sqrt{6^2 + (12\sqrt{2})^2} = 18$

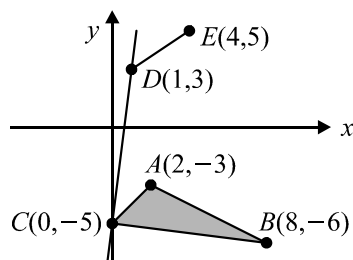
$S(\text{弧長}) = \text{底圓周長} = 2\pi \times 6 = 12\pi$

所以扇形面積為 $A = \frac{1}{2} R \cdot S = \frac{1}{2} \times 18 \times 12\pi = 108\pi$

故選(B)



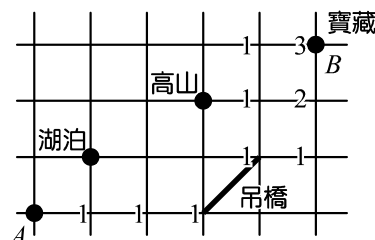
3. 畫出圖形，可知滿足題目的最大斜率直線為 $\overleftrightarrow{CD}$ ，其斜率為 $m_{CD} = \frac{3 - (-5)}{1 - 0} = 8$ ，故選(D)



4. (A) $\log(-3)^2 = \log 9 = \log 3^2 = 2\log 3$ (○)
 (B) $\log_{\sqrt{2}} \sqrt{3} = \log_2 3 = \log_4 9$ (○)
 (C) $\log 2 + \log 3 = \log(2 \times 3) = \log 6 \neq \log(2+3)$ (×)
 (D) $\log_2 20 - \log_2 10 + \log_{10} 1 = \log_2 \frac{20}{10} + 0 = 1 + 0 = 1$ (○)

故選(C)

5. 香檳塔需要 $1+3+6+10+15+21=56$ 個酒杯，又每盒有 6 個酒杯， $56 \div 6 = 9 \cdots 2$ ，所以總共買 10 盒，故選(C)
 6. 因為要走最短路線，就一定要走吊橋，且不過湖泊與高山。利用累加法，可以得到共 3 種路線，故選(A)

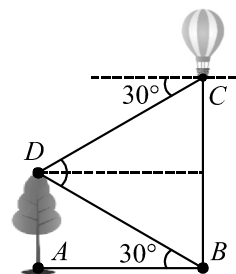


7. $f(a) = 4 \Rightarrow \pi^a = 4$ 、 $f(b) = 3 \Rightarrow \pi^b = 3$

$f(c) = 2 \Rightarrow \pi^c = 2$

所以 $f(a+2b-3c) = \pi^{a+2b-3c} = \pi^a \cdot \pi^{2b} \cdot \pi^{-3c}$
 $= \pi^a \cdot (\pi^b)^2 \cdot (\pi^c)^{-3} = 4 \times 3^2 \times \frac{1}{2^3} = \frac{9}{2}$ ，故選(B)

8. 如圖所示，樹高 $\overline{AD} = 60$ ， $\angle ABD = 30^\circ$
 所以 $\overline{BD} = 120$ ，又 $\angle CBD = \angle DCB = 60^\circ$
 得 $\angle BDC = 60^\circ$ ，故 $\triangle BDC$ 為正三角形
 得 $\overline{BC} = 120$ ，故選(D)



9. [法一]

$$AB = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 2a+0 & 2b+0 \\ 2a+5c & 2b+5d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a=1 \\ 2a+5c=0 \end{cases} \text{ 且 } \begin{cases} 2b=0 \\ 2b+5d=1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = \frac{1}{2}, b = 0, c = -\frac{1}{5}, d = \frac{1}{5}$$

得 $2a+b+c+d=1$ ，故選(A)

[法二]

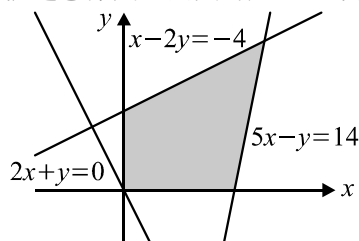
$$\because AB = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow B = A^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = A^{-1}$$

$$\because A^{-1} = \frac{1}{10-0} \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{5} & \frac{1}{5} \end{bmatrix}$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}, b = 0, c = -\frac{1}{5}, d = \frac{1}{5}$$

$\Rightarrow 2a+b+c+d=1$ ，故選(A)

10. 依題意作圖，由圖可知：交集為一四邊形，故選(C)



11. 由題意知 A 、 B 在直線 L 異側或至少一點在直線 L 上，將 $A(-2, 1)$ 、 $B(2, 3)$ 代入： $x+y+k$ 得到
 $(-2+1+k)(2+3+k) \leq 0 \Rightarrow (k-1)(k+5) \leq 0$
 $\Rightarrow -5 \leq k \leq 1$ ，所以 k 為 $-5 \sim 1$ 共 7 個整數，故選(C)

12. 利用公式：本利和 = 本金 $\times (1 + \text{利率})^{\text{期數}}$
 貸 20 年本利和約為

$$1000 \times (1 + 2\%)^{20} = 1000 \times (1.02)^{20}$$

$$\approx 1000 \times 1.48 = 1480 \text{ 萬元}$$

$$\text{利息為 } 1480 - 1000 = 480 \text{ 萬元}$$

貸 40 年本利和約為

$$1000 \times (1 + 2\%)^{40} = 1000 \times [(1.02)^{20}]^2$$

$$\approx 1000 \times (1.48)^2 = 2190 \text{ 萬元}$$

$$\text{利息為 } 2190 - 1000 = 1190 \text{ 萬元}$$

$$\text{相差 } 1190 - 480 = 710 \text{ 萬元，故選(B)}$$

13. 由題意

設 $f(x) = 3x^3 + ax^2 + bx + 2 = (x^2 + 3x - 2)(px + q)$ 比較 x^3 項係數，可知 $p = 3$ 、比較常數項，可知 $q = -1$ ，

$$\text{代回上式得 } f(x) = (x^2 + 3x - 2)(3x - 1)$$

$$= 3x^3 + 8x^2 - 9x + 2, \text{ 即 } a = 8, b = -9$$

利用綜合除法

$$\begin{array}{r|l} 3 & 3+8-9+2 \\ & -6-4+26 \\ \hline & 3+2-13+28 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 3 & 3+2-13+28 \\ & -6-4+26 \\ \hline & 3+2-13+28 \end{array}$$

所以 $m = 0$ 、 $n = 28 \Rightarrow m - n = -28$ ，故選(D)

14. 由題意可知：與直線 $3x + 4y = 12$ 的距離 < 2 ，就會進入暴風圈內

$$\text{高雄 } l_1 = \frac{|0+0-12|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{12}{5} > 2 \text{ (沒有)}$$

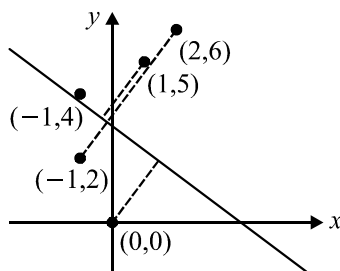
$$\text{臺南 } l_2 = \frac{|3 \times (-1) + 4 \times 2 - 12|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{7}{5} < 2 \text{ (有)}$$

$$\text{嘉義 } l_3 = \frac{|3 \times (-1) + 4 \times 4 - 12|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{1}{5} < 2 \text{ (有)}$$

$$\text{彰化 } l_4 = \frac{|3 \times 1 + 4 \times 5 - 12|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{11}{5} > 2 \text{ (沒有)}$$

$$\text{臺中 } l_5 = \frac{|3 \times 2 + 4 \times 6 - 12|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{18}{5} > 2 \text{ (沒有)}$$

所以全部只有 2 個，故選(A)



15. [法一]

討論：(1) 天公爐和主神爐都要插香： $C_2^2 \cdot C_2^5 = 10$

(2) 天公爐或主神爐擇一插香： $C_1^2 \cdot C_3^5 = 20$

所以全部共 $10 + 20 = 30$ 種，故選(D)

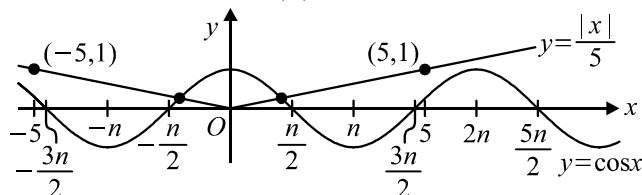
[法二]

所求 = 任意插 - 天公爐與主神爐皆沒插

$$= C_4^7 - C_4^5 = 35 - 5 = 30$$

16. 圖解 $\begin{cases} y = \cos x \\ y = \frac{|x|}{5} \end{cases}$ ，由圖可知：兩圖形只有 2 個交點，

所以有 2 個實根，故選(B)



17. $\sin(\frac{\pi}{4} - \alpha) = \sin \frac{\pi}{4} \cdot \cos \alpha - \cos \frac{\pi}{4} \cdot \sin \alpha$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} (\cos \alpha - \sin \alpha) = -\frac{2}{3} \Rightarrow \sin \alpha - \cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\text{平方後} \Rightarrow (\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = \left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)^2 \Rightarrow 1 - \sin 2\alpha = \frac{8}{9}$$

$$\Rightarrow \sin 2\alpha = \frac{1}{9}, \text{ 故選(D)}$$

18. 利用分點公式，可得

$$P\left(\frac{2 \times 7 + 1 \times 1}{2+1}, \frac{2 \times 1 + 1 \times 4}{2+1}, \frac{2 \times (-2) + 1 \times 4}{2+1}\right) = P(5, 2, 0)$$

又平面法向量為 $\overrightarrow{AB} = (6, -3, -6) = 3(2, -1, -2)$ ，故設平面方程式為 $2x - y - 2z = k$ ，將 $P(5, 2, 0)$ 代入得

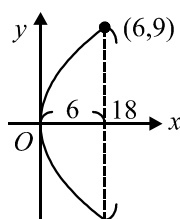
$$k = 8, \text{ 所以平面方程式為 } 2x - y - 2z = 8$$

$\therefore$ 原點 $(0, 0, 0)$ 到平面 $2x - y - 2z = 8$ 之距離為

$$\frac{|0-0-0-8|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+(-2)^2}} = \frac{8}{3}, \text{ 故選(A)}$$

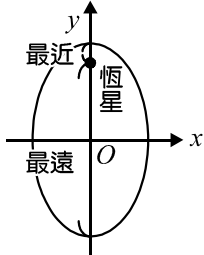
19. 假設拋物線方程式為 $y^2 = 4cx$ 且過點 $(6, 9)$ ，得

$$9^2 = 4c \cdot 6 \Rightarrow \text{正焦弦長 } 4c = \frac{81}{6} = \frac{27}{2} \text{ 公分，故選(A)}$$



20. 由 $\frac{x^2}{225} + \frac{y^2}{625} = 1$ 可知：中心 $(0, 0)$ ， $a = 25$ 、 $b = 15$
 $\Rightarrow c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{625 - 225} = 20$ ，所以恆星與慧星最近距離為 $a - c = 25 - 20 = 5$ ，最遠距離為 $a + c = 25 + 20 = 45$ ，故最遠距離為最近距離的 $\frac{45}{5} = 9$ 倍，

故選(C)



21. (A) 公比是 -1 ，所以發散(×)
 (B) 公比是 $-\frac{3}{2}$ ，所以發散(×)
 (C) $1.\bar{9} = 2$ (×)
 (D) 級數和為 $\frac{1(2^{2026} - 1)}{2 - 1} + \frac{\frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = 2^{2026}$ (○)

故選(D)

22. $f(x)$ 為一連續函數，且 $f(0) = -2$
 又右極限 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x - 2) = -2$
 左極限 $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (x^2 + k) = k$
 則 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0) \Rightarrow k = -2$ ，故選(A)

23. 原式為 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{2h} = \frac{1}{2} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \frac{1}{2} f'(1)$
 $= \frac{1}{2} \times (-6) = -3$ ，故選(B)

24. (A) 原式為 $\int_{-1}^2 (3x+1)^2 dx = \int_{-1}^2 (9x^2 + 6x + 1) dx$
 $= (3x^3 + 3x^2 + x) \Big|_{-1}^2 = 38 - (-1) = 39$ (×)

(B) 原式為 $\int_{-114}^{114} x^{2025} dx = \left(\frac{1}{2026} \cdot x^{2026} \right) \Big|_{-114}^{114}$
 $= \frac{1}{2026} [114^{2026} - (-114)^{2026}] = 0$ (○)

(C) 當 $n = -1$ 時，分母為 0 ，原式不成立(×)

(D) 多項函數 $f(x)$ 的圖形不一定都在 x 軸上方，所以圍成的面積是 $\int_a^b |f(x)| dx$ (×)

故選(B)

25. 設水平距離為 x ，鉛直距離為 y ，則 $x + y = 20$

又 $\overline{CD} = \sqrt{x^2 + y^2}$

利用柯西不等式： $(x^2 + y^2)(1^2 + 1^2) \geq (x + y)^2$

$\Rightarrow (x^2 + y^2) \times 2 \geq 20^2 \Rightarrow x^2 + y^2 \geq 200$

$\overline{CD} = \sqrt{x^2 + y^2} \geq \sqrt{200} = 10\sqrt{2}$ ，故選(A)