

數 學 (C) 卷

數學(C)卷－機械群、動力機械群、電機與電子群、化工群、土木與建築群、工程與管理類

1. 設 $x > 0$ 、 $y > 0$ ，且 $2x + 5y = 10$ ，則 xy 的最大值為何？

(A) 0.25
(B) 2.5

(C) 5
(D) 10

2. 設 $0 \leq \theta < 2\pi$ ，若 $2\sin^2 \theta - \cos \theta + 12$ 的最大值為 a 、最小值為 b ，則 $a + b$ 之值為何？

(A) $\frac{217}{8}$
(B) $\frac{51}{2}$

(C) $\frac{201}{8}$
(D) 24

3. 百慕達三角，位於北大西洋，是由百慕達群島、波多黎各及佛羅里達州南端所形成的三角形，已知從波多黎各飛往佛羅里達州南端的邁阿密距離約 1680 公里，且由波多黎各望向百慕達與邁阿密視角為 65° ，而改從邁阿密望向百慕達與波多黎各視角為 55° ，則以此推算百慕達三角洲外接圓半徑為多少公里？

(A) 840
(B) $560\sqrt{3}$

(C) $840\sqrt{3}$
(D) 1680

4. 隨著 AI 的發展快速，高科技城市必然會有高用電需求，爲了不影響城市市容，在不考慮其他外在因素的影響下，打算建置發電廠在離 A 、 B 、 C 三個主要城市等距離的郊區，若將三城市坐標化位置分別為 $A(-3, 13)$ 、 $B(4, 13)$ 、 $C(8, -9)$ ，且發電廠的坐標為 (a, b) ，則 $a - b$ 之值為何？

(A) -1
(B) $-\frac{1}{2}$

(C) $\frac{1}{2}$
(D) 1

5. 在坐標平面上，若 $\vec{a} = (x, 5)$ 、 $\vec{b} = (-2, 3)$ ，且 $(\vec{a} + \vec{b})$ 垂直於 $\vec{b}$ ，則 x 之值為何？

(A) $\frac{11}{4}$
(B) $\frac{15}{2}$

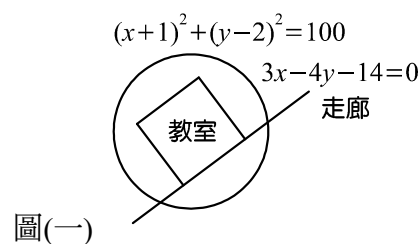
(C) $\frac{27}{2}$
(D) 14

6. 在坐標平面上，已知 $\vec{a} = (-\frac{4}{3}, \frac{2}{3})$ 、 $\vec{b} = (x, y)$ ，且 $x^2 + y^2 = 20$ ，則當 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 有最小值時，此時 $x + y$ 之值為何？

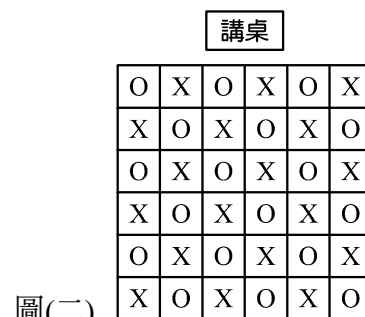
(A) -2
(B) $-\frac{2}{3}$

(C) $\frac{2}{3}$
(D) 2

7. 設 $f(x) = 3x^3 - 20x^2 + 30x + 2 = a(x-h)^3 + b(x-h)^2 + c(x-h) + d$ ，則 $f(2.1)$ 四捨五入至小數點後第二位之近似值為何？
 (A) 5.84 (B) 4.62
 (C) 4.58 (D) 4.43
8. 設 α 、 β 為一元二次方程式 $x^2 + 7x + 4 = 0$ 之兩根，則 $(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2$ 之值為何？
 (A) -11 (B) -5
 (C) -3 (D) 11
9. 在坐標平面上，直線 L 過點 $(2, 1)$ 且與直線 $3x + 4y - 25 = 0$ 垂直，則下列何者為 L 的直線方程式？
 (A) $4x + 3y - 11 = 0$
 (B) $4x - 3y - 5 = 0$
 (C) $3x + 4y - 10 = 0$
 (D) $4x - 3y + 2 = 0$
10. 已知教室常有麥克風藍芽接收器，而一般藍牙(Bluetooth)的有效接收半徑為 10 公尺，若將其坐標化如圖(一)所示可接收範圍為 $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 100$ 內，設走廊方程式為 $L: 3x - 4y - 14 = 0$ ，則走廊上有效接受範圍內距離長為多少公尺？
 (A) $10\sqrt{3}$ (B) 16
 (C) $10\sqrt{2}$ (D) 10
11. 在坐標平面上，過點 $(-1, 2)$ 且與圓 $x^2 + y^2 + 8x + 6y - 9 = 0$ 相切的切線方程式為何？
 (A) $3x + 5y - 7 = 0$ (B) $3x - 5y + 13 = 0$
 (C) $5x - 3y + 11 = 0$ (D) $3x + 5y + 27 = 0$
12. $\sum_{n=1}^9 (2^n - 3n + 1) = ?$
 (A) 761 (B) 888
 (C) 894 (D) 896
13. 設 n 是自然數，則所有滿足 $C_{n+1}^{20} = C_8^{20}$ 的 n 值之和為何？
 (A) 7 (B) 11
 (C) 18 (D) 20
14. 如圖(二)所示，因應少子化的衝擊，學生人數大減，連同大考安排座位也調降至以每間教室 36 名來做安排，若要安排兩間學校各 18 名的學生至 6×6 的座位表上，要求以梅花座的方式安排，即同校不得相鄰，則有多少種不同的座位安排方式？
 (A) $36!$ (B) $(2 \times 18!)^2$
 (C) $2 \times 18! \times 18!$ (D) $2 \times 18!$



圖(一)



圖(二)

15. 設 $i = \sqrt{-1}$ ，若 $(-1 - \sqrt{3}i)z = \sqrt{2} - \sqrt{2}i$ ，則複數 z 之主幅角為何？

(A) $\frac{5\pi}{12}$

(B) $\frac{3\pi}{4}$

(C) $\frac{13\pi}{12}$

(D) $\frac{19\pi}{12}$

16. 已知風災時，得發布停止上班及上課的基準之一如下：依據氣象預報，颱風暴風半徑於四小時內可能經過之地區，其平均風力可達七級以上或陣風可達十級以上時。若蒲氏風級 B 與風速 V (單位為公尺/秒)的關係約為： $V = 0.836 \times B^{\frac{3}{2}}$ ，則要達放假標準十級陣風的風速大約每小時多少公里？($\sqrt{10} \approx 3.16$)

(A) 95

(B) 85

(C) 60

(D) 26

17. 設 $a = \log 2$ 、 $b = \log 6$ ，則 10^{3a+b} 之值為何？

(A) 12

(B) 14

(C) 36

(D) 48

18. 設行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1 & x & x^2 \\ 1 & 11 & 121 \end{vmatrix} = 0$ ，則滿足此方程式的所有解之和為何？

(A) -13

(B) 2

(C) 11

(D) 13

19. 已知矩陣乘積 $\begin{bmatrix} x & y \\ z & u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 7 \\ 22 & 15 \end{bmatrix}$ ，則 $x+y$ 之值為何？

(A) 3

(B) 6

(C) 7

(D) 82

20. 設三元一次聯立方程組 $\begin{cases} 2x+3y+5z=9 \\ 2x-3y+4z=13 \\ x+2y+2z=3 \end{cases}$ ，則 z 之值為何？

(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) 4

21. 2024 年在日本羅森河口湖站前店發生了超限旅遊的情況，富士山美景不只導致過量遊客聚集拍照，附近一間牙醫診所也公開羅列外國觀光客各類脫序行為，讓當地公所只好在超商前架設黑幕，已知富士山高 3776 公尺，且超商距離富士山約 14 公里，拍攝點目視富士山仰角約 15 度，若是將黑幕設在離拍攝點前 12 公尺處，則黑幕應架設高多少公尺才得以遮擋住富士山頂？

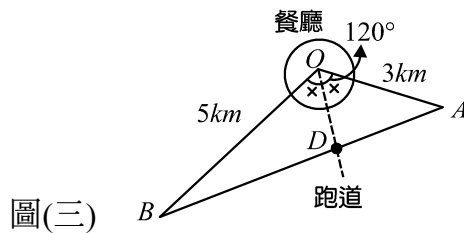
(A) 2.4

(B) 2.7

(C) 3

(D) 3.3

22. 空間中有一平面 E 過點 $A(1, 2, 3)$ ，且與平面 $E_1: 2x - y - z + 10 = 0$ 互相垂直，亦與另一平面 $E_2: x - 3y + 2z + 1 = 0$ 互相垂直，則平面 E 的方程式為何？
 (A) $x + y + z + 6 = 0$
 (B) $x + 3y - 7z - 14 = 0$
 (C) $x + y + z - 6 = 0$
 (D) $x + 3y - 7z + 14 = 0$
23. 如圖(三)所示，一個環形的機場餐廳，受限於兩側夾 120° 的牆壁限制，爲了讓兩包廂擁有相同的視野廣度，於其中心點 O 取角平分線作一道隔板，且環形中心與跑道的兩端分別距離 3 公里與 5 公里，則左側包廂可見跑道長 $\overline{BD}$ 爲多長？



圖(三)

- (A) $\frac{15}{4}$
 (B) $\frac{5\sqrt{11}}{4}$
 (C) $\frac{35}{8}$
 (D) 5
24. 隨著科技發展快速與生活習慣的改變，人們產生的垃圾量不斷增加。假設某城市第一年的垃圾掩埋量爲 40 萬公噸，之後的垃圾掩埋量以每年 5% 的速度增長，若將垃圾都掩埋在一座可容納 1000 萬公噸之垃圾掩埋場，則最少第幾年會達可容納量？($1.05^{15} \approx 2.079$ 、 $1.05^{16} \approx 2.183$ 、 $1.05^{17} \approx 2.292$ 、 $1.05^{18} \approx 2.407$ 、 $1.05^{19} \approx 2.527$)
 (A) 16
 (B) 17
 (C) 18
 (D) 19
25. 一般樓層較高的大樓採用鋼構造(SC)，而常見 15 樓以下的建築則是採用鋼筋混泥土(RC)居多，已知建築結構物的震動週期(T)與基面到屋頂的高度(h)關係如下：

$$\begin{cases} T = 0.085h^{\frac{3}{4}}, \text{鋼構造(SC)} \\ T = 0.070h^{\frac{3}{4}}, \text{傳統鋼筋混泥土(RC)} \\ T = 0.050h^{\frac{3}{4}}, \text{其他} \end{cases}$$

若某鋼構造之大樓基本震動週期爲 T_a ，而一棟 30 公尺高

之鋼筋混泥土建築的基本震動週期爲 T_b ，且 $T_a = \frac{17\sqrt{2}}{7}T_b$ ，則此大樓高度約爲多少公尺？

($\sqrt[3]{2} \approx 1.260$ 、 $\sqrt[4]{2} \approx 1.189$ 、 $\sqrt[3]{3} \approx 1.442$ 、 $\sqrt[4]{3} \approx 1.316$)

- (A) 180
 (B) 120
 (C) 90
 (D) 60

【以下空白】

