

# 113 學年度四技二專第二次聯合模擬考試

## 共同科目 數學(C)卷 詳解

數學(C)卷

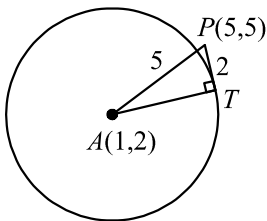
113-2-C

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
| C | D | B | C | A | C | D | B | A | D  | D  | A  | A  | B  | C  | B  | B  | C  | D  | A  | B  | B  | D  | C  | A  |

1. 設長方形長為  $x$  公分、寬為  $y$  公分，則其周長為  $2x+2y=20$  公分  $\Rightarrow x+y=10$ ，由算幾不等式可知  $\frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy} \Rightarrow \frac{10}{2} \geq \sqrt{xy} \Rightarrow 25 \geq xy$ ，當  $x=y=5$  時等號成立，即最大面積  $xy$  為 25 平方公分，故選(C)

2. 由  $y=x^2$  代入  $x+y-2=0 \Rightarrow x+x^2-2=0$   
 $\Rightarrow x^2+x-2=0 \Rightarrow (x+2)(x-1)=0$   
 $\Rightarrow x=-2$  或  $1$  代入直線可得交點  $(-2, 4)$  與  $(1, 1)$   
 即  $\overline{AB} = \sqrt{(-2-1)^2 + (4-1)^2} = 3\sqrt{2}$ ，故選(D)

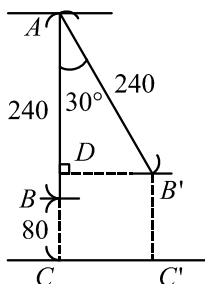
3. 如圖所示， $\overline{AP} = \sqrt{(5-1)^2 + (5-2)^2} = 5$ ，又  $\overline{PT} = 2$   
 $\therefore$  半徑  $\overline{AT} = \sqrt{\overline{AP}^2 - \overline{PT}^2} = \sqrt{5^2 - 2^2} = \sqrt{21}$   
 可得圓  $C$  面積為  $\sqrt{21}^2 \pi = 21\pi$ ，故選(B)



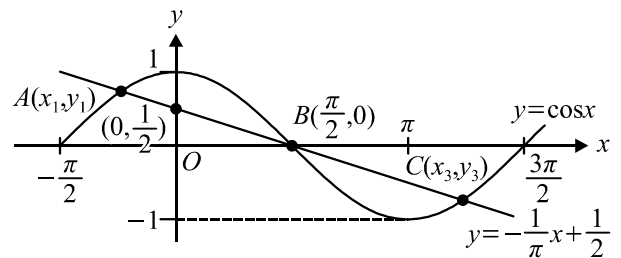
4. 所求角  $\theta = \frac{s}{r} = \frac{192}{\frac{64}{2}} = 6$  徑，故選(C)

5.  $\because \theta$  為銳角  $\therefore \tan \theta, \cot \theta$  均為正數  
 $\Rightarrow \sqrt{\tan \theta} \cdot \sqrt{\cot \theta} = \sqrt{\tan \theta \cdot \cot \theta}$   
 可知  $(\sqrt{\tan \theta} - \sqrt{\cot \theta})^2 = \tan \theta - 2\sqrt{\tan \theta \cot \theta} + \cot \theta$   
 $= \tan \theta + \cot \theta - 2 = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta} - 2$   
 $= \frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\sin \theta \cos \theta} - 2 = \frac{1}{\frac{1}{3}} - 2 = 3 - 2 = 1$ ，故選(A)

6. 如下圖， $\overline{AD} = \overline{AB}' \cos 30^\circ = 240 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 120\sqrt{3}$   
 可知  $\overline{B'C'} = \overline{CD} = \overline{AB} + \overline{BC} - \overline{AD} = 240 + 80 - 120\sqrt{3}$   
 $= 320 - 120\sqrt{3} \div 112.16$  公分，故選(C)



7. 作圖如下



可知

$$(A) x_2 = \frac{\pi}{2}$$

$$(B)(C) \because B \text{ 為 } \overline{AC} \text{ 中點 } \therefore \frac{x_1 + x_3}{2} = \frac{\pi}{2} \text{ 且 } \frac{y_1 + y_3}{2} = 0$$

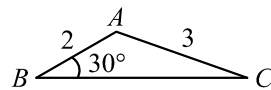
$$\Rightarrow x_1 + x_3 = \pi \text{ 且 } y_1 + y_3 = 0$$

$$(D) \because y_1 > \frac{1}{2} \text{ 且 } y_3 < -\frac{1}{2} \Rightarrow -y_3 > \frac{1}{2}$$

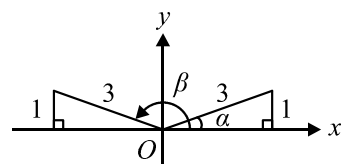
$$\therefore y_1 + (-y_3) = y_1 - y_3 > \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

故選(D)

- 8.

 $\because$  三角形之邊角必滿足正弦定理

$$\therefore \frac{3}{\sin 30^\circ} = \frac{2}{\sin C} \Rightarrow \sin C = \frac{1}{3}$$

由上圖可知  $\angle C = \alpha$  或  $\beta$ 其中  $0 < \alpha < 30^\circ$  且  $150^\circ < \beta < 180^\circ$ 但  $\overline{AB} < \overline{AC} \Rightarrow \angle C < \angle B = 30^\circ \therefore \angle C = \alpha$ 此時  $\angle A = 180^\circ - 30^\circ - \alpha$  為鈍角亦合乎條件可知只能作出一種  $\triangle ABC$ ，故選(B)

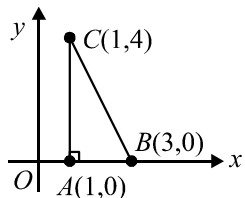
9. 設圓  $C: x^2 + y^2 + dx + ey + f = 0$  分別以  $A$ 、 $B$ 、 $C$

$$\begin{cases} d + f = -1 \\ 3d + f = -9 \\ d + 4e + f = -17 \end{cases}$$

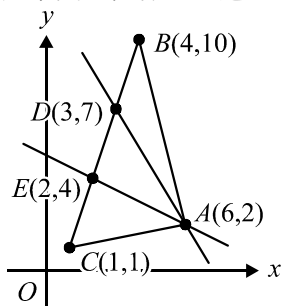
解得  $d = -4$ 、 $e = -4$ 、 $f = 3$ 可知圓  $C: x^2 + y^2 - 4x - 4y + 3 = 0$ 其半徑為  $\frac{1}{2} \sqrt{(-4)^2 + (-4)^2 - 4 \times 3} = \sqrt{5}$ ，故選(A)

[另解]

由圖可知，圓內接  $\triangle ABC$  為  $\angle A = 90^\circ$  之直角三角形，  
所以斜邊  $\overline{BC}$  為直徑，且  $\overline{BC} = \sqrt{(3-1)^2 + (0-4)^2}$   
 $= \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ ，即半徑為  $\sqrt{5}$ ，故選(A)



10. 如下圖，直線  $L$  必過  $\overline{BC}$  的三等分點  $D$  或  $E$



由分點公式可知

$$D\left(\frac{1 \times 1 + 2 \times 4}{1+2}, \frac{1 \times 1 + 2 \times 10}{1+2}\right) = (3, 7)$$

$$E\left(\frac{2 \times 1 + 1 \times 4}{2+1}, \frac{2 \times 1 + 1 \times 10}{2+1}\right) = (2, 4)$$

$$\text{可得 } m_{AD} = \frac{2-7}{6-3} = -\frac{5}{3}, m_{AE} = \frac{2-4}{6-2} = -\frac{1}{2}$$

$$\text{即所求為 } -\frac{5}{3} + \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{13}{6}, \text{ 故選(D)}$$

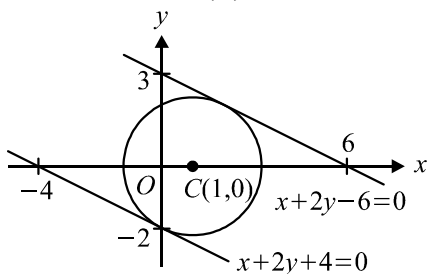
11. 設  $L$  的  $y$  截距為  $k(k < 0)$ ，則  $L$  之截距式為  $\frac{x}{2k} + \frac{y}{k} = 1$

$$\Rightarrow x + 2y - 2k = 0, \text{ 圓 } C \text{ 之圓心 } C(1, 0), \text{ 半徑為 } \sqrt{5}$$

$$\text{由 } L \text{ 與 } C \text{ 交一點可知 } L \text{ 與 } C \text{ 相切} \Rightarrow d(C, L) = \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow \frac{|1+0-2k|}{\sqrt{1^2+2^2}} = \sqrt{5} \Rightarrow k = -2 \text{ 或 } 3(\text{不合}), \text{ 可得 } x \text{ 截}$$

$$\text{距 } 2k = -4, \text{ 故選(D)}$$



12. 將方格紙坐標化並取坐標

$$A(0,0), B(3,1), C(4,3), D(2,4)$$

$$\text{則 } \overrightarrow{AB} = (3,1), \overrightarrow{BC} = (1,2), \overrightarrow{CD} = (-2,1)$$

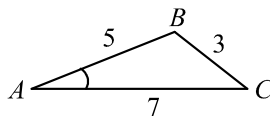
$$\therefore (-2,1) = x(3,1) + y(1,2) \Rightarrow \begin{cases} 3x + y = -2 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$$

$$\text{解得 } x = -1, y = 1, \text{ 可得 } x + y = -1 + 1 = 0, \text{ 故選(A)}$$

13. 由餘弦定理可知  $\cos A = \frac{5^2 + 7^2 - 3^2}{2 \times 5 \times 7} = \frac{13}{14}$

$$\therefore \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cdot \cos A = 5 \times 7 \times \frac{13}{14} = \frac{65}{2}$$

故選(A)

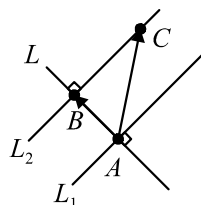


14.  $\because L_1$  與  $L_2$  之斜率皆為 1， $L$  之斜率為 -1

$$\therefore L \perp L_1 \text{ 且 } L \perp L_2$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{AC}| \cos(\angle BAC) = |\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{AB}| = \overline{AB}^2$$

$$= [d(L_1, L_2)]^2 = \left(\frac{|1-3|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}\right)^2 = 2, \text{ 故選(B)}$$



15. 設  $f(x) = g(x)Q(x) + r(x) \cdots \textcircled{1}$

(A)  $r(x)$  可為一次、零次或零多項式

(B) 由  $\textcircled{1} \Rightarrow f(x) = [-g(x)] \cdot [-Q(x)] + r(x)$

$\Rightarrow$  餘式為  $r(x)$

(C) 由  $\textcircled{1} \Rightarrow f(x) - r(x) = g(x)Q(x)$  可被  $g(x)$  整除

(D) 由  $\textcircled{1} \Rightarrow (x-1)f(x) = g(x)(x-1)Q(x) + (x-1)r(x)$ ，  
可知  $(x-1)f(x)$  除以  $g(x)$  的餘式為  $(x-1)r(x)$  除以  $g(x)$  之餘式

故選(C)

16. 由餘式定理可知

$$\text{所求即 } f(5) = 13^4 - 14 \times 13^3 + 10 \times 13^2 + 41 \times 13 - 28$$

$$\text{令 } g(x) = x^4 - 14x^3 + 10x^2 + 41x - 28$$

可知  $f(5) = g(13)$  為  $g(x)$  除以  $x-13$  之餘式

$$\begin{array}{r} 1-14+10+41-28 \bigg| 13 \\ \underline{+13-13-39+26} \end{array}$$

$$\text{由綜合除法 } \begin{array}{r} 1-14+10+41-28 \bigg| 13 \\ \underline{+13-13-39+26} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1-14+10+41-28 \bigg| 13 \\ \underline{+13-13-39+26} \\ 1-1-3+2 \bigg| -2 \end{array}$$

$$\text{可得 } f(5) = -2, \text{ 故選(B)}$$

17.  $\because x^3 - 5x^2 + 6x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 5x + 6) = 0$

$$\Rightarrow x(x-2)(x-3) = 0 \Rightarrow x = 0, 2, 3$$

但 0 代入  $x^3 + ax^2 + bx + 6 = 0$  得  $6 \neq 0$  不合

$\therefore$  相同的兩根必為 2 和 3

可知  $x^2 - 5x + 6$  為  $x^3 + ax^2 + bx + 6$  之因式

設  $x^3 + ax^2 + bx + 6 = (x-\alpha)(x^2 - 5x + 6)$  比較常數項可

知  $\alpha = -1$ ，即  $x^3 + ax^2 + bx + 6 = (x+1)(x^2 - 5x + 6)$

$$= x^3 - 4x^2 + x + 6 \text{ 可得 } a+b = -4+1 = -3, \text{ 故選(B)}$$

18. 原式  $\Rightarrow x^4 - x^2 - 2 = 0 \Rightarrow (x^2 + 1)(x^2 - 2) = 0$

$$\Rightarrow x^2 = -1 \text{ 或 } 2 \Rightarrow x = \pm i \text{ 或 } \pm \sqrt{2}$$

可知兩虛根為  $i$  和  $-i$ ，其乘積為  $i \times (-i) = 1$ ，故選(C)

19. 令  $S_n$  為前  $n$  排座位總數，則  $S_n = \frac{n[2 \times 21 + (n-1) \times 2]}{2}$

$$= n^2 + 20n < 250 \Rightarrow \text{取最大 } n = 8$$

即  $S_8 = 224 < 250 < S_9 = 261$

可知第 250 位坐在第 9 排第  $250 - 224 = 26$  個座位，其編號為 I26，故選(D)

20. 依題意可知，所求

$$= 500 + 500(1+5\%) + 500(1+5\%)^2 + \cdots + 500(1+5\%)^6$$

為首項  $= 500$ 、公比  $= 1.05$  的等比級數，其總和為

$$\frac{500(1.05^7 - 1)}{1.05 - 1} \div \frac{500(1.41 - 1)}{0.05} = 4100 \text{ 人，故選(A)}$$

$$21. \because S_n = 1 + 2 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{1}{2}(n^2 + n)$$

$$\therefore \sum_{n=2}^{10} S_n = \sum_{n=2}^{10} \frac{1}{2}(n^2 + n) = \frac{1}{2}(\sum_{n=2}^{10} n^2 + \sum_{n=2}^{10} n)$$

$$= \frac{1}{2}[(\sum_{n=1}^{10} n^2 - 1^2) + (\sum_{n=1}^{10} n - 1)]$$

$$= \frac{1}{2}(\frac{10 \times 11 \times 21}{6} - 1 + \frac{10 \times 11}{2} - 1) = \frac{1}{2} \times 438 = 219$$

[另解]

$$\sum_{n=2}^{10} S_n = S_2 + S_3 + \cdots + S_{10}$$

$$= (1+2) + (1+2+3) + \cdots + (1+2+3+\cdots+10)$$

$$= 3 + 6 + 10 + 15 + 21 + 28 + 36 + 45 + 55 = 219 \text{，故選(B)}$$

22. 依題意可視為 AABBBBC 之排列，其排列數為

$$\frac{7!}{2!4!1!} = 105 \text{ 種，故選(B)}$$

23. 第一點男單：5 位男生選 1 人方法為  $C_1^5 = 5$

第二點男雙：剩下的 4 位男生選 2 人方法為  $C_2^4 = 6$

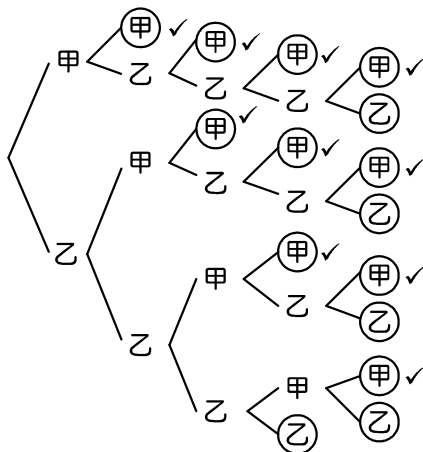
第三點女單：5 位女生選 1 人方法為  $C_1^5 = 5$

第四點混雙：剩下的 2 位男生與 4 位女生各選 1 人方法為  $C_1^2 \cdot C_1^4 = 2 \times 4 = 8$

第五點單打：剩下的 1 位男生與 3 位女生選 1 人方法為  $C_1^{1+3} = C_1^4 = 4$

則共有  $5 \times 6 \times 5 \times 8 \times 4 = 4800$  種，故選(C)

24. 若要奪冠，甲需再勝 2 場，乙需再勝 4 場，畫樹狀圖分析如下



可知共有 10 種，故選(C)

$$25. h = V_0 t - \frac{1}{2} g t^2 = -\frac{1}{2} g [t^2 - 2 \frac{V_0}{g} t + (\frac{V_0}{g})^2] + \frac{V_0^2}{2g}$$

$$= -\frac{1}{2} g (t - \frac{V_0}{g})^2 + \frac{V_0^2}{2g} \text{，可知當 } t = \frac{V_0}{g} \text{ 時有最大高度}$$

$$H = \frac{V_0^2}{2g} \text{，故選(A)}$$