

數學 (C) 卷

數學(C)卷－機械群、動力機械群、電機與電子群、化工群、土木與建築群、工程與管理類

1. 有一等差數列 $\langle a_n \rangle$ ，若 $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{10} = 2023$ 且 $a_{11} + a_{12} + a_{13} + \cdots + a_{20} = 2024$ ，則 $a_{2024} - a_{2023}$ 之值為何？
- (A) $\frac{1}{100}$ (B) $\frac{1}{10}$
(C) 1 (D) 10
2. 在空間中，一個斜面的「坡度」定義為斜面與水平面夾角 θ 的正切值；已知古夫金字塔為古代地中海地區七大奇蹟之一，其為一四角錐體(底部為一正方形，四個斜面為等腰三角形)。今經測量發現古夫金字塔每一斜面坡度為 $\frac{6}{5}$ ，且底面邊長為 230 公尺，請問古夫金字塔的高度為多少公尺？
- (A) 79 (B) 121
(C) 138 (D) 276
3. 用總長度為 24 的圍牆圍出三個相鄰且大小相同的長方形區域，且相鄰區域共用一面圍牆形成「目」字形，若圍牆的厚度忽略不計，則所能圍出的最大總面積為何？
- (A) 6 (B) 18
(C) 20 (D) 24
4. 大樂透是一種樂透型遊戲。玩家必須從 01~49 的 49 個號碼中任選 6 個號碼進行投注。開獎時，開獎單位從 01~49 的 49 個號碼中隨機開出 7 個不同的號碼，其中 6 個為「獎號」，1 個為特別號，這組號碼就是該期大樂透的中獎號碼。各獎項的中獎方式如圖(一)，根據此圖，請問對中該期肆獎的號碼情況共有多少種？
- (A) 289
(B) 360
(C) 586
(D) 630
- | 中獎方式 | 中獎方式圖示 | 獎項 |
|----------------|--------|-----------------|
| 與當期六個獎號完全相同者 | ●●●●●● | 頭獎 |
| 對中當期獎號之任五碼+特別號 | ●●●●●● | 貳獎 |
| 對中當期獎號之任五碼 | ●●●●●● | 參獎 |
| 對中當期獎號之任四碼+特別號 | ●●●●●● | 肆獎 |
| 對中當期獎號之任四碼 | ●●●●●● | 伍獎
NT\$2,000 |
| 對中當期獎號之任三碼+特別號 | ●●●●●● | 陸獎
NT\$1,000 |
| 對中當期獎號之任兩碼+特別號 | ●●●●●● | 柒獎
NT\$400 |
| 對中當期獎號之任三碼 | ●●●●●● | 普獎
NT\$400 |
- 圖(一)
5. 平面上，若圓 C 在第一象限，且與直線 $x - 2y + 2 = 0$ 及 $2x - y + 1 = 0$ 相切，又圓心在 $3x - y - 9 = 0$ 上，則此圓的面積為何？
- (A) 4π (B) 5π
(C) 6π (D) 8π

6. 設 $x-2$ 為多項式 $f(x)$ 的因式，且以 $x-1$ 除 $f(x)$ 的商式為 $q(x)$ ，餘式為 3，則 $q(x)$ 除以 $x-2$ 的餘式為何？

- (A) -3 (B) -1
(C) 1 (D) 3

7. 若 x 為任意實數且 $f(x) = -(\sin x + \cos x)^2 + 4(\sin x + \cos x)$ ，則 $f(x)$ 的最大值為何？

- (A) $4\sqrt{2} + 2$ (B) 4
(C) $4\sqrt{2} - 2$ (D) -4

8. 已知 a, b, c 三數成等比數列，設 $f(x) = \log_x x$ ，且 $f(a) = \frac{1}{2}$ ， $f(b) = \frac{1}{4}$ ，則 $f(c)$ 之值為何？

- (A) 0 (B) 1
(C) 2 (D) 4

9. 下列各選項中的矩陣均為增廣矩陣，何者所代表的方程式為恰有一組解？

- (A) $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 4 & 6 & 9 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}$
(C) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 3 & -2 & 1 & 0 \\ 3 & -7 & -1 & -9 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 9 & 0 \\ 3 & 2 & 8 & 0 \\ 4 & 3 & 7 & 0 \end{bmatrix}$

10. 全樺出版社舉辦「我愛 MATH 員工路跑活動」，已知活動路線在平面上為三次函數 $y = f(x) = x^3 + mx^2 + nx - 16$ ，且點 $(1, 0)$ 、 $(4, 0)$ 為路線上的補給站，若路線圖形的對稱中心坐標為 (a, b) ，則 $a - b$ 之值為何？

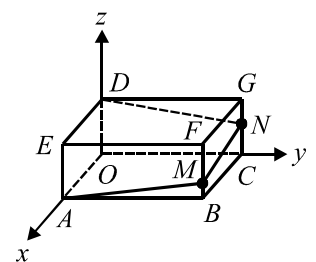
- (A) 1 (B) 2
(C) 3 (D) 4

11. 若 a, b, c 為實數，且 $a^2 + b^2 + c^2 = 12$ ，則 $\begin{vmatrix} a & b & c \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ 的最大值為何？

- (A) 12 (B) 24
(C) 30 (D) 36

12. 如圖(二)，坐標空間的第一卦限中有一長方體 $OABC-DEFG$ ，其中 $\overline{OA}$ 、 $\overline{OC}$ 、 $\overline{OD}$ 分別在 x 軸、 y 軸、 z 軸上，頂點 F 坐標為 $(6, 9, 7)$ ，現有一隻螞蟻從 A 點出發沿著長方體表面爬行尋找食物經過 $\overline{BF}$ 上一點 M 及 $\overline{CG}$ 上一點 N 至 D 點蟻穴，則螞蟻回蟻穴的最短路徑為何？

- (A) 8 (B) 17
(C) 23 (D) 25



圖(二)

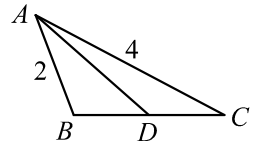
13. 空間中，過點 $(1, -2, 1)$ 且與兩平面 $x + 2y - z + 1 = 0$ 、 $x - y + z - 1 = 0$ 均垂直的平面方程式為 $x + ay + bz + c = 0$ ，則 $a - b + c$ 之值為何？

(A) 2 (B) 1
(C) -1 (D) -2

14. 坐標平面上滿足不等式 $\begin{cases} 3x - y \geq 0 \\ x - 2y \leq 0 \\ y \leq 3 \\ x + y \leq 6 \end{cases}$ 的解，所成區域面積為何？

(A) 4 (B) 5
(C) 6 (D) 8

15. 在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 2$ ， $\overline{AC} = 4$ ， $\overline{BC}$ 的中線為 $\overline{AD}$ 且 $\overline{BC} = \overline{AD}$ ，如圖(三)，則 $\overline{BC}$ 邊長為何？



圖(三)

(A) 2
(B) $2\sqrt{2}$
(C) 4
(D) $4\sqrt{6}$

16. 目暮警官從 A 、 B 、 C …… H 共 8 名嫌疑犯中任選 5 人排成一列供被害人指認，若 A 、 B 、 C 三人必選，但排列時 A 、 B 、 C 三人中任意兩人都不相鄰，則總共有多少種排法？

(A) 84 (B) 96
(C) 108 (D) 120

17. $\triangle ABC$ 中， $\cos B = \frac{4}{5}$ ， $\cos C = \frac{1}{\sqrt{5}}$ ，且 $\overline{BC} = 22$ ，則 $\triangle ABC$ 之外接圓面積為何？

(A) 49π (B) 56π
(C) 96π (D) 125π

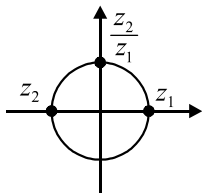
18. 平面上， $P(x, y)$ 為橢圓 $\sqrt{(x+3)^2 + (y-2)^2} + \sqrt{(x+3)^2 + (y+4)^2} = 10$ 上一點，且到橢圓上兩焦點

F_1 、 F_2 滿足 $\frac{\overline{PF_1}}{\overline{PF_2}} = \frac{3}{2}$ ，則 $\triangle PF_1F_2$ 的面積為何？

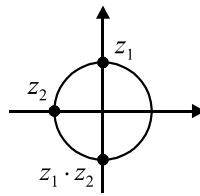
(A) $8\sqrt{2}$
(B) 16
(C) $9\sqrt{6}$
(D) 24

19. 在複數平面上， $|z_1|=|z_2|=1$ ，且主幅角皆不大於 π ，則下列各圖中哪個相對位置正確？

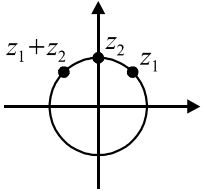
(A)



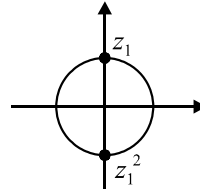
(B)



(C)



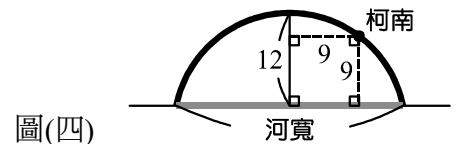
(D)



20. 已知河道上有一圓弧形拱橋如圖(四)，其圓弧最高點距離水面有 12 公尺，柯南爲了追擊逃走的犯人來到了拱橋上，發現他距離拱橋最高點的水平距離還有 9 公尺時，距離水面也有 9 公尺，若不考慮橋的厚度，柯南可以推測出河寬爲多少公尺？

(A) $12\sqrt{6}$ (B) $18\sqrt{2}$

(C) 18

(D) $6\sqrt{2}$ 

21. 已知 a, b, c 爲常數， $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{ax^2 + bx + c}{x^2 - 9} = 1$ ， $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{ax^2 + bx + c}{x^2 - 4} = -\frac{3}{2}$ ，則 $a + b + c$ 之值爲何？

(A) 6

(B) 9

(C) 12

(D) 15

22. 設 $f(x) = \frac{x(x+1)(x-2)(x-3)}{(x-1)(x+2)(x+3)}$ ，則 $f(x)$ 在 $x = -1$ 的導數之值爲何？

(A) 4

(B) 3

(C) 2

(D) 1

23. 若拋物線 $y = f(x) = -8x - x^2$ 在點 $(-2, 12)$ 處的切線爲 L ，則 $y = f(x)$ 的圖形與直線 L 、 x 軸所圍區域之面積爲何？

(A) $\frac{8}{3}$

(B) 3

(C) $\frac{11}{3}$ (D) $\frac{14}{3}$

24. 米花町街道發生命案，目暮警官調查後發現，屍體在早上 5 點時測量體溫爲 18°C ，經過一個小時後體溫降爲 12°C ，柯南得知訊息後，心想氣溫爲 9°C ，且人體正常體溫爲 36°C ，再根據定理可知物體在環境溫度 $m^\circ\text{C}$ 下，滿足 $f(t) = m + (n - m)\left(\frac{1}{2}\right)^{kt}$ ，其中 k 爲常數，物體的初始溫度爲 $n^\circ\text{C}$ ，則經過 t 小時後溫度爲 $f(t)^\circ\text{C}$ 。所以柯南可推測出屍體的正確死亡時間爲何？

(A) 1:00

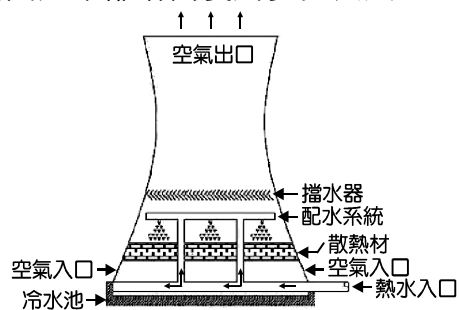
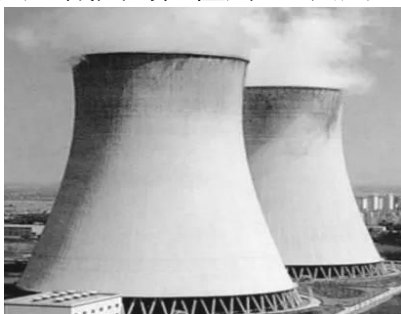
(B) 2:00

(C) 3:00

(D) 4:00

25. 現在發電廠的冷卻塔大都為雙曲面型。如圖(五)所示。其為一雙曲線繞共軛軸旋轉而成的曲面，平行地面的平面與冷卻塔的截面均為圓形。雙曲面結構是自然通風冷卻塔常見的設計方式，原因是結構強度以及材料的最小化。雙曲面也可以加速上升的對流氣流，提升冷卻效率，最高可達 92%。已知有一冷卻塔底部截圓的直徑為 68 公尺，頂部截圓的直徑為 40 公尺，若最細的腰部離底面有 60 公尺且截圓的直徑為 32 公尺，請問此冷卻塔高度為多少公尺？

圖(五)



(A) 72

(B) 81

(C) 84

(D) 96

【以下空白】

