111 學年度四技二專第五次聯合模擬考試
共同科目　數學(B)卷　詳解

數學(B)卷 111-5-B

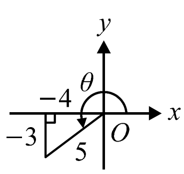
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	A	D	B	C	B	B	D	C	A	B	A	A	C	C	D	C	A	B	D	A	B	D	C	D

1. $\vec{a}=\overrightarrow{AB}=(3,-2)$，$\vec{b}=\overrightarrow{AC}=(1,1)$，$\vec{c}=\overrightarrow{BC}=(-2,3)$
$\therefore \vec{u}=2\vec{a}-\vec{b}+3\vec{c}$
$=2(3,-2)-(1,1)+3(-2,3)$
$=(6,-4)-(1,1)+(-6,9)=(-1,4)$
$\Rightarrow |\vec{u}|=\sqrt{(-1)^2+4^2}=\sqrt{17}$，故選(D)

2. $f(x)=\dfrac{1}{a}x^2+4x+b$
$=\dfrac{1}{a}(x^2+4ax+4a^2)+b-4a$
$=\dfrac{1}{a}(x+2a)^2+b-4a$
即頂點爲 $(-2a,b-4a)$，又頂點爲 $(2,-1)$
$\therefore \begin{cases}-2a=2\\ b-4a=-1\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}a=-1\\ b=-5\end{cases}$
可知 $a+b=(-1)+(-5)=-6$，故選(A)

3. 由除法原理得知，$f(x)=(x^2-5x+6)\cdot q_1(x)+5x-3$
$=(x-2)(x-3)\cdot q_1(x)+5x-3 \Rightarrow f(2)=7$
且 $f(x)=(x^2-6x+5)\cdot q_2(x)+3x+5$
$=(x-1)(x-5)\cdot q_2(x)+3x+5 \Rightarrow f(1)=8$
令 $x^2\cdot f(x)=(x^2-3x+2)\cdot Q(x)+ax+b$
$\because f(2)=7$
∴將 $x=2$ 代入得：
$4\cdot f(2)=2a+b \Rightarrow 2a+b=28$ ……①
又 $f(1)=8$
∴將 $x=1$ 代入得：$1\cdot f(1)=a+b \Rightarrow a+b=8$ ……②
由①－②知：$\begin{cases}a=20\\ b=-12\end{cases}$
∴餘式爲 $20x-12$，故選(D)

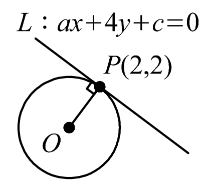
4. $\because \cos\theta=\dfrac{-4}{5}$
$\therefore \dfrac{x}{\sqrt{x^2+(-4)^2}}=\dfrac{-4}{5} \overset{\text{平方}}{\Rightarrow} \dfrac{x^2}{x^2+16}=\dfrac{16}{25}$
$\Rightarrow 9x^2=256 \Rightarrow x=\pm\dfrac{16}{3}$ (正不合，$\because \cos\theta<0$)
$\therefore \tan\theta=\dfrac{-4}{x}=\dfrac{-4}{-\frac{16}{3}}=\dfrac{3}{4}$，故選(B)
[另解]
由 $P(x,-4)$ 在 x 軸下方與 $\cos\theta<0$
可知 $\theta\in$ III，又 $\cos\theta=-\dfrac{4}{5}$



$\therefore \tan\theta=\dfrac{-3}{-4}=\dfrac{3}{4}$，故選(B)

5. $\sqrt{(x-1)^2+(y-4)^2}$ 表示 (x,y) 與 $(1,4)$ 之距離
所求即爲點 $(1,4)$ 到直線 $3x-4y-2=0$ 的距離
∴最小值 $=\dfrac{|3\times1-4\times4-2|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=\dfrac{15}{5}=3$
故選(C)

6. ∵點 $P(2,2)$ 在圓上
$\therefore 2^2+2^2+2\times2+b\times2-20=0$
$\Rightarrow b=4$ ……①
圓 C：$x^2+y^2+2x+4y-20=0$
$\Rightarrow (x+1)^2+(y+2)^2=25$
∴圓心 $O(-1,-2)$



可得 $m_{\overline{OP}}=\dfrac{-2-2}{-1-2}=\dfrac{4}{3}$
又 $\overline{OP}\perp L$，且 $m_L=-\dfrac{a}{4}$
$\therefore \dfrac{4}{3}\times(-\dfrac{a}{4})=-1 \Rightarrow a=3$ ……②
將 $P(2,2)$ 代入直線 L：$3x+4y+c=0$
$\therefore 6+8+c=0 \Rightarrow c=-14$ ……③
由①②③知：$a+b+c=3+4+(-14)=-7$
故選(B)

7. 觀察數列規律，得知：
(1) 分母是 1 的有 1 項，分母是 2 的有 2 項，分母是 3 的有 3 項……
(2) 分母相同之項，分子由 1、2、3…依序增加
$\therefore \dfrac{11}{31}$ 一定是分母 31 那組之第 11 項
$\Rightarrow (1+2+3+\cdots+30)+11=\dfrac{(1+30)\times30}{2}+11$
$=465+11=476$，故選(B)

8. 由換底公式知：$\begin{cases}\dfrac{1}{\log_2 a}=\log_a 2\\ \dfrac{1}{\log_3 a}=\log_a 3\\ \dfrac{1}{\log_5 a}=\log_a 5\end{cases}$
原式 $\Rightarrow \log_a 2+\log_a 3+\log_a 5=1$
$\Rightarrow \log_a(2\times3\times5)=1 \Rightarrow \log_a 30=1$
$\therefore a=30$，故選(D)

9. 由圖形可知：$a>1$，$b>1$，$0<c<1$ ……①

又 $y=\log_a x$ 之上升幅度比 $y=\log_b x$ 大

$\therefore a<b \cdots\cdots ②$

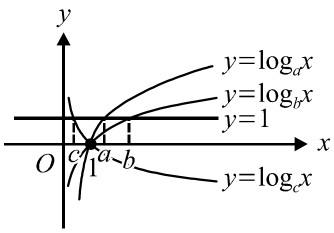
由①②知：$b>a>c$，故選(C)

[另解]

作 $y=1$ 直線與圖形之交點的 x 坐標

即分別為 a、b、c 的值

可知 $b>a>c$，故選(C)



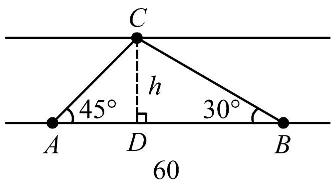
10. 過 C 點作 $\overline{CD}\perp\overline{AB}$ 交 $\overline{AB}$ 於 D 點，令 $\overline{CD}=h$

$\therefore \overline{AD}=h$ 且 $\overline{BD}=\sqrt{3}h$

$\Rightarrow \overline{AB}=h+\sqrt{3}h=60 \Rightarrow h(\sqrt{3}+1)=60$

$\Rightarrow h=\dfrac{60}{\sqrt{3}+1}=\dfrac{60(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}=\dfrac{60(\sqrt{3}-1)}{2}$

$=30(\sqrt{3}-1)$ (公尺)，故選(A)



11. 令紅色與黃色為符號 A，藍色為符號 B，白色與灰色為符號 C

先排 A,A,B　$\therefore \dfrac{3!}{2!}=3$ (種)

再由 $_\wedge A_\wedge A_\wedge B_\wedge$ 的 4 個空隙中放入 2 個 C

$\therefore C_2^4=\dfrac{4!}{2!2!}=6$ (種)

由乘法原理得知：$3\times 6=18$ (種)，故選(B)

[另解]

所求 $=AABCC$ 排列 $-CC$ 相鄰

$=\dfrac{5!}{2!2!}-\dfrac{4!}{2!}=30-12=18$，故選(B)

12. $_\wedge A_\wedge B_\wedge C_\wedge D_\wedge E_\wedge F_\wedge$

先排 6 位觀眾，再由 7 個空隙中插入 4 個空位

$\therefore$所求機率 $=\dfrac{6!\times C_4^7}{C_6^{10}\times 6!}\Rightarrow \dfrac{\frac{7!}{4!3!}}{\frac{10!}{6!4!}}=\dfrac{7!\times 6!}{10!\times 3!}=\dfrac{1}{6}$

故選(A)

13. $\because x+ay=0$ 會通過原點

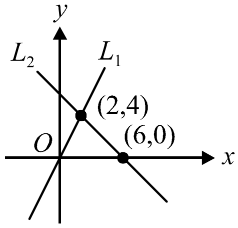
$\therefore L_1$ 之方程式為 $x+ay=0$

同時，L_2 之方程式為 $bx+cy=6$

又 L_1 通過 $(2,4)$

$\therefore 2+4a=0 \Rightarrow a=\dfrac{-1}{2}\cdots\cdots ①$

而 L_2 通過 $(2,4)$ 及 $(6,0)$



$\therefore \begin{cases}2b+4c=6\\6b=6\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}b=1\\c=1\end{cases}\cdots\cdots ②$

由①②知：$2a+b+c=2\times(\dfrac{-1}{2})+1+1=1$，故選(A)

14. $\because f(1)=f(2)=0$

$\therefore f(x)$ 有因式 $x-1$、$x-2$

令 $f(x)=(x-1)(x-2)(ax+b)$

$\because f(3)=12$

$\therefore (3-1)(3-2)(3a+b)=12 \Rightarrow 3a+b=6\cdots\cdots ①$

又 $f(4)=42$

$\therefore (4-1)(4-2)(4a+b)=42 \Rightarrow 4a+b=7\cdots\cdots ②$

由①②知：$\begin{cases}3a+b=6\\4a+b=7\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=1\\b=3\end{cases}$

可知：$f(x)=(x-1)(x-2)(x+3)$

$\therefore f(5)=(5-1)(5-2)(5+3)=96$，故選(C)

15. $6x^2+5x-4=0 \Rightarrow (3x+4)(2x-1)=0 \Rightarrow x=\dfrac{-4}{3}$ 或 $\dfrac{1}{2}$

$\because \cos\theta$ 為 $6x^2+5x-4=0$ 的一根，且 $-1\le\cos\theta\le 1$

$\therefore \cos\theta=\dfrac{1}{2}$，又 $-180^\circ<\theta<540^\circ$

可得：$\theta=-60^\circ, 60^\circ, 300^\circ, 420^\circ$

$\Rightarrow (-60^\circ)+60^\circ+300^\circ+420^\circ=720^\circ$，故選(C)

16. 設小明 x 天花光存款

$\therefore$小明原有 $80x$ 元，小英原有 $40x$ 元，且小英 x 天花掉 $30x$ 元

依題意可知 $40x-30x=240 \Rightarrow 10x=240 \Rightarrow x=24$

而 $240\div 30=8$

$\therefore$小英在 $24+8=32$ 天後會花光存款

即小明 5 月 24 日花光存款，小英 6 月 1 日花光存款，故選(D)

17. $\because$正方形面積 $=6\times 6=36$

$\therefore \Delta BCP=\dfrac{1}{3}\times$(正方形面積) $=\dfrac{1}{3}\times 36=12$

$\Rightarrow \dfrac{6\times\overline{BP}}{2}=12 \Rightarrow \overline{BP}=4$

由畢氏定理得知，$\overline{CP}=\sqrt{4^2+6^2}=2\sqrt{13}$ (公里)

故選(C)

18. $\because$右方格子 > 左方格子且上方格子 > 下方格子

$\therefore$最右上方一定是 6 且最左下方一定是 1

$\Rightarrow$ 有下列 5 種可能，故選(A)

4	5	6
1	2	3

3	4	6
1	2	5

3	5	6
1	2	4

2	4	6
1	3	5

2	5	6
1	3	4

19. ΔAOH 中，$\angle AOH=90^\circ$

$\because \overline{OH}=40\sqrt{3}$　$\therefore \overline{OA}=40$

ΔBOH 中，$\angle BOH=90^\circ$

$\because \overline{OH}=40\sqrt{3}$　$\therefore \overline{OB}=120$

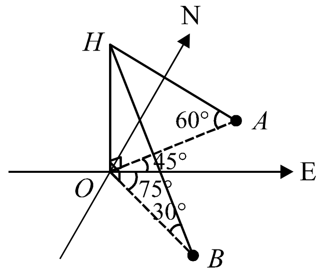
而 ΔOAB 中，$\angle AOB=45^\circ+75^\circ=120^\circ$

$\overline{AB}^2=\overline{OA}^2+\overline{OB}^2-2\cdot\overline{OA}\cdot\overline{OB}\cdot\cos120°$

$=1600+14400-2\times40\times120\times(\frac{-1}{2})$

$=16000+4800\ =20800$

$\therefore\overline{AB}=40\sqrt{13}$ (公尺)，故選(B)

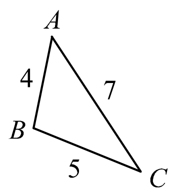


20. 由餘弦定理知

$\cos A=\frac{4^2+7^2-5^2}{2\times4\times7}=\frac{40}{56}=\frac{5}{7}$

而 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}\ =|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AC}|\cos A$

$=4\times7\times\frac{5}{7}=20$，故選(D)



21. (1) $a=\frac{1\times18+2\times22+3\times13+4\times20+5\times13+6\times14}{100}$

$=3.3$

(2) 將這 100 個數據由小而大排列

編號爲 $a_1,a_2,a_3,\cdots,a_{100}$

$\therefore$中位數 $\frac{a_{50}+a_{51}}{2}=\frac{3+3}{2}=3\Rightarrow b=3$

由上可知：$a+b\ =3.3+3=6.3$，故選(A)

22. ∵直線 L 平分圓之面積

∴直線 L 通過圓心 $(1,4)$

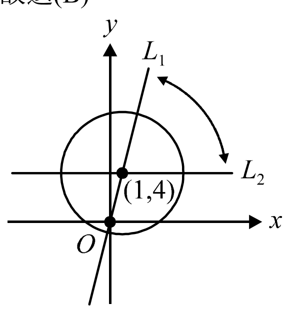
又直線 L 不通過第四象限

∴直線 L 必定介於 L_1、L_2 之間(如下圖)

而 $m_{L_1}=\frac{4-0}{1-0}=4$，$m_{L_2}=0$

$\therefore 0\le m\le4\Rightarrow m=0,1,2,3,4$ 共 5 個解

故選(B)



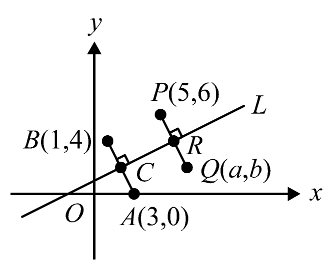
23. 直線 L 爲 $\overline{AB}$ 之中垂線

$\because m_{\overline{AB}}=\frac{0-4}{3-1}=-2$

$\therefore m_L=\frac{1}{2}$

又 C 是 $\overline{AB}$ 中點

$\therefore C(\frac{1+3}{2},\frac{4+0}{2})=(2,2)$



$\Rightarrow$ 直線 L：$y-2=\frac{1}{2}(x-2)\Rightarrow x-2y+2=0$

另外，直線 $\overleftrightarrow{PQ}$ 之方程式爲 $y-6=-2(x-5)$

$\therefore 2x+y-16=0$

$\begin{cases}x-2y+2=0\\2x+y-16=0\end{cases}\Rightarrow$ 交點 $R(6,4)$

∴中點 $R(\frac{5+a}{2},\frac{6+b}{2})=(6,4)\Rightarrow\begin{cases}a=7\\b=2\end{cases}\Rightarrow\ a+b\ =9$

故選(D)

[另解]

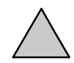
$\because m_{\overline{AB}}\times m_{\overline{BP}}=\frac{0-4}{3-1}\times\frac{6-4}{5-1}=-1$

$\therefore\overline{AB}\perp\overline{BP}$，四邊形 $ABPQ$ 爲長方形

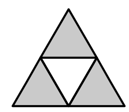
$\overrightarrow{AQ}=\overrightarrow{BP}\Rightarrow(a-3,b-0)=(4,2)$

$\Rightarrow a=7$、$b=2\Rightarrow\ a+b\ =9$，故選(D)

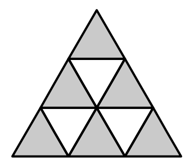
24. (1) 圖①有 1 個△，需要 $3\times1=3$ 根



(2) 圖②有 $1+2$ 個△，需要 $3\times(1+2)=9$ 根



(3) 圖③有 $1+2+3$ 個△，需要 $3\times(1+2+3)=18$ 根



依上方規律可知：圖⑩有 $1+2+3+\cdots+10=55$ 個△

∴需要 $3\times55=165$ 根，故選(C)

25. 設出現 3 個反面要賠 x 元

	3 正	2 正 1 反	1 正 2 反	3 反
所得錢數	12	8	4	$-x$
機率	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

∵期望値爲 0

$\therefore 12\times\frac{1}{8}+8\times\frac{3}{8}+4\times\frac{3}{8}+(-x)\times\frac{1}{8}=0$

$\Rightarrow x=48$ (元)，故選(D)