111 學年度四技二專第三次聯合模擬考試
共同科目　數學(B)卷　詳解

數學(B)卷 111-3-B

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	D	C	A	A	D	B	D	B	C	B	D	A	B	D	D	C	B	C	B	A	B	A	C	A

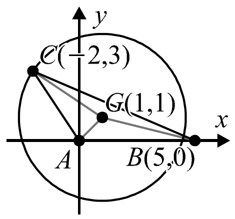
1. 重心 $G(\frac{0+5+(-2)}{3},\frac{0+0+3}{3})=(1,1)$

$\because \overline{AG}=\sqrt{(0-1)^2+(0-1)^2}=\sqrt{2}$

$\overline{BG}=\sqrt{(5-1)^2+(0-1)^2}=\sqrt{17}$

$\overline{CG}=\sqrt{(-2-1)^2+(3-1)^2}=\sqrt{13}$　$\therefore \overline{AG}<\overline{CG}<\overline{BG}$

由圖可知，此圓與 ΔABC 交於 3 個點，故選(C)



2. $y=-0.0025x(x-800)=-\frac{1}{400}(x^2-800x)$

$=-\frac{1}{400}(x^2-800x+400^2)+400$

$=-\frac{1}{400}(x-400)^2+400$

可知當 $x=400$ 公里時，有最大高度 400 公里，故選(D)

3. 設 L_1、L_2、L_3 之斜率分別為 m_1、m_2、m_3

則 $m_1=a$、$m_2=\frac{4}{a}$、$m_3=-\frac{1}{b-1}=\frac{1}{1-b}$

$\because L_1 // L_2$　$\therefore m_1=m_2 \Rightarrow a=\frac{4}{a} \Rightarrow a^2=4 \Rightarrow a=\pm 2$

①當 $a=2$ 時，L_1 與 L_2 之係數比為

$\frac{2}{4}=\frac{-1}{-2}=\frac{1}{2} \Rightarrow L_1=L_2$ (不合)

②當 $a=-2$ 時，L_1 與 L_2 之係數比為

$\frac{-2}{4}=\frac{-1}{2}\neq\frac{1}{2} \Rightarrow L_1 // L_2$ (合)

由①②知 $m_1=-2$，又 $L_1 \perp L_3 \Rightarrow m_1\times m_3=-1$

$\Rightarrow -2\times\frac{1}{1-b}=-1 \Rightarrow b=-1$

$\therefore a+b=-2-1=-3$，故選(C)

4. [法一]

設 $\overline{AB}$ 之中點為 M，則 M 點坐標為 $(\frac{1+(-1)}{2},\frac{2+1}{2})$

$=(0,\frac{3}{2})$，所求即直線 $\overleftrightarrow{GM}$，其斜率為 $\frac{0-\frac{3}{2}}{2-0}=-\frac{3}{4}$，

由點斜式可知 $\overleftrightarrow{GM}$：$y-0=-\frac{3}{4}(x-2)$

$\Rightarrow 3x+4y-6=0$

[法二]

$\because \frac{A+B+C}{3}=G \Rightarrow C=3G-A-B$

$=(3\times 2-1-(-1),3\times 0-2-1)=(6,-3)$

$\therefore$ 所求即直線 $\overleftrightarrow{CG}$，其斜率為 $\frac{0-(-3)}{2-6}=-\frac{3}{4}$

由點斜式可知 $\overleftrightarrow{CG}$：$y-0=-\frac{3}{4}(x-2)$

$\Rightarrow 3x+4y-6=0$，故選(A)

5. $(x-1)^3=x^3-3x^2+3x-1$，由長除法

```
            1－4
1＋1＋k ) 1－3＋    3      －1
          1＋1＋    k
          ─────────────────
            －4＋(3－k)    －1
            －4－   4      －4k
          ─────────────────
               (7－k)＋(4k－1)
```

可知餘式 $(7-k)x+(4k-1)=9x-9 \Rightarrow \begin{cases}7-k=9\\4k-1=-9\end{cases}$

解得 $k=-2$，故選(A)

6. 所求即 $g(1)$，令 $x=-99$ 代入 $f(x)=g(x+100)$

$\Rightarrow f(-99)=g(1)$，又 $f(-99)$ 為 $f(x)$ 除以 $x+99$ 之餘式，由綜合除法

```
1＋98－100＋ 1 ＋   0     |－99
   －99＋ 99＋99－9900    |
────────────────────
1－ 1 －  1  ＋100 | －9900
```

故選(D)

7. 由餘式定理知 $f(1)=1$、$f(-2)=-2$

設 $f(x)=(x-1)(x+2)Q(x)+ax+b$

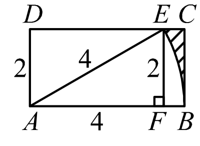
$\because f(1)=a+b=1$ 又 $f(-2)=-2a+b=-2$

解得 $a=1$、$b=0$，即餘式為 $r(x)=x \Rightarrow r(0)=0$

故選(B)

8. 如圖，連接 $\overline{AE}$ 並過 E 點作 $\overline{AB}$ 垂線交 $\overline{AB}$ 於 F 點

在直角 ΔAEF 中



$\because \overline{AF}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$

$\Rightarrow \overline{EF}：\overline{AF}：\overline{AE}=2：2\sqrt{3}：4$

$=1：\sqrt{3}：2$

$\therefore \Delta AEF$ 為 $30^\circ-60^\circ-90^\circ$，$\angle EAB=30^\circ=\frac{\pi}{6}$

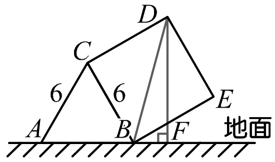
ΔADE 面積 $=\frac{1}{2}\times\overline{AD}\times\overline{DE}=\frac{1}{2}\times 2\times 2\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

扇形 ABE 面積 $=\dfrac{1}{2}\times\overline{AB}^2\times\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{1}{2}\times 4^2\times\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{4}{3}\pi$

所求 $=\square ABCD-\Delta ADE-\triangledown ABE$

$=2\times 4-2\sqrt{3}-\dfrac{4}{3}\pi=8-2\sqrt{3}-\dfrac{4}{3}\pi$ ，故選(D)

9. 連接 $\overline{BD}$ 並過 D 點作地面之垂線，令垂足為 F 點，如圖。在 ΔBDF 中，$\overline{BD}=6\sqrt{2}$



且 $\angle DBF$

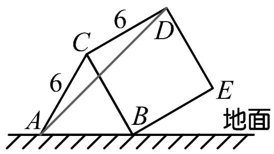
$=180^\circ-\angle CBA-\angle CBD$

$=180^\circ-60^\circ-45^\circ=75^\circ$

所求即 $\overline{DF}=\overline{BD}\sin 75^\circ=\overline{BD}\cos 15^\circ$

$=6\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}=3\sqrt{3}+3\fallingdotseq 8.196$ 公尺，故選(B)

10. ΔACD 中，$\overline{AC}=\overline{CD}=6$



且 $\angle ACD=60^\circ+90^\circ=150^\circ$

又 $\overline{AD}=\sqrt{x}\Rightarrow\overline{AD}^2=x$

由餘弦定理知

$x=\overline{AD}^2=6^2+6^2-2\cdot 6\cdot 6\cos 150^\circ$

$=72+36\sqrt{3}\fallingdotseq 134.352$ ，故選(C)

11. 由根與係數關係知兩根之積為 $\sin\theta\cos\theta=\dfrac{1}{3}$ ，可知

$\tan\theta+\dfrac{1}{\tan\theta}=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}+\dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}=\dfrac{\sin^2\theta+\cos^2\theta}{\cos\theta\sin\theta}=\dfrac{1}{\frac{1}{3}}=3$ ，

故選(B)

12. 求式 $=\sin 330^\circ+\cos 120^\circ-\tan 225^\circ$

$=(-\sin 30^\circ)+(-\cos 60^\circ)-\tan 45^\circ$

$=(-\dfrac{1}{2})+(-\dfrac{1}{2})-1=-2$ ，故選(D)

13. 由圖可知最大值為 3、最小值為 -1

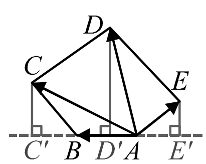
①以 $y=1$ 為中心作上下振盪 $\Rightarrow c=1$

②振幅為 $2\Rightarrow |a|=2\Rightarrow a=\pm 2$ (取正)

③週期為 $2\Rightarrow\dfrac{2\pi}{|b|}=2\Rightarrow |b|=\pi\Rightarrow b=\pm\pi$ (取正)

$\therefore a+b+c=2+\pi+1=3+\pi$ ，故選(A)

14. 分別過 C 、D 、E 三點作 $\overleftrightarrow{AB}$ 的垂線，設垂足分別為 C' 、D' 、E' ，可知



(A) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AB}=|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AB}|\cos 0^\circ$

$=\overline{AB}^2$

(B) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AC}|\cos\angle CAB=\overline{AB}\times\overline{AC'}$

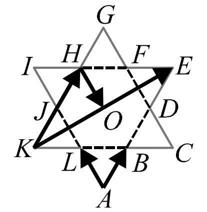
(C) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AD}|\cos\angle DAB=\overline{AB}\times\overline{AD'}$

(D) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AE}=|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AE}|\cos\angle EAB=-\overline{AB}\times\overline{AE'}$

又 $\overline{AB}\times\overline{AC'}>\overline{AB}^2>\overline{AB}\times\overline{AD'}>-\overline{AB}\times\overline{AE'}$

$\therefore\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ 最大，故選(B)

15.



連接正六邊形 $BDFHJL$ ，並令其中心為 O 點

$\overrightarrow{KE}=2\overrightarrow{KO}=2(\overrightarrow{KH}+\overrightarrow{HO})$

$=2[2\vec{a}+(-\vec{b})]=4\vec{a}-2\vec{b}$

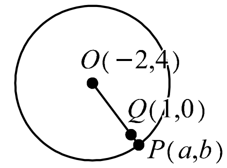
$\therefore\alpha+\beta=4+(-2)=2$ ，故選(D)

16. 圓 C 的圓心 $O(-2,4)$，半徑 $r=\dfrac{1}{2}\sqrt{4^2+(-8)^2-4(-16)}$

$=6$ 、$\overline{OQ}=\sqrt{(-2-1)^2+(4-0)^2}=5<6=r$

$\therefore Q$ 點在圓內，且 $\overline{OQ}：\overline{QP}=5：1$

由分點公式可知



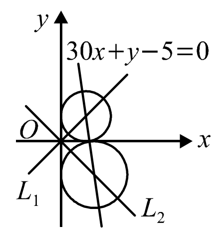
$Q(1,0)=(\dfrac{5a+(-2)}{5+1},\dfrac{5b+4}{5+1})$

$\Rightarrow 1=\dfrac{5a-2}{6}$ 且 $0=\dfrac{5b+4}{6}$

$\Rightarrow a=\dfrac{8}{5}$ 且 $b=-\dfrac{4}{5}$　$\therefore a+b=\dfrac{4}{5}$ ，故選(D)

17. $\because$圓和兩坐標軸相切

$\therefore$ 圓心在直線 $L_1：x-y=0$ 或 $L_2：x+y=0$ 上



又直線 $30x+y-5=0$ 與 L_1、L_2 皆不平行，必與 L_1 、L_2 各交於一點，即共有 2 個圓滿足條件

故選(C)

18. $a_{10}=a_2+8d\Rightarrow 29=77+8d\Rightarrow d=-6$

一般項 $a_n=a_{10}+(n-10)d=29+(n-10)\times(-6)$

$=89-6n$ ，當 $S_n=a_1+a_2+\cdots+a_n$ 最大時之 n 值必使 a_n 為最後一正項，即滿足 $a_n>0$ 之最大 n 值，令

$a_n=89-6n>0\Rightarrow n<\dfrac{89}{6}=14.8\cdots$ 取最大整數 $n=14$ ，

故選(B)

19. 設 x 為經過的天數，在細菌數達 1024 個之前，每天的細菌數為 2×2^x 個，令 $2\times 2^x\le 1024\Rightarrow 2^x\le 512$

$\Rightarrow x\le 9$，取最大整數 $x=9$ 天，從第 10 天開始，每天的細菌數為 $1024\times 2^{\frac{x-9}{2}}$ ，令 $1024\times 2^{\frac{x-9}{2}}>9216$

$\Rightarrow 2^{\frac{x-9}{2}}>9\Rightarrow\log 2^{\frac{x-9}{2}}>\log 9\Rightarrow\dfrac{x-9}{2}\log 2>\log 9$

$\Rightarrow\dfrac{x-9}{2}>\dfrac{\log 9}{\log 2}=\dfrac{0.9542}{0.3010}\Rightarrow\dfrac{x-9}{2}>3.1\cdots$

$\Rightarrow x>15.2\cdots$ ，取最小整數 $x=16$ 天，故選(C)

20. $\because$年利率 4%　$\therefore$半年利率為 $4\%\times\dfrac{1}{2}=2\%$，且一年為 2 期，所求 $=10000\times(1+2\%)^2\times 32=332928$ 元，故選(B)

21. 原式 $\Rightarrow a^2x-2x=a-ax-1\Rightarrow(a^2+a-2)x=a-1$

$\Rightarrow(a+2)(a-1)x=a-1$ ……①

當 $a=-2$ 時，①式 $\Rightarrow 0\cdot x=-3$ ， x 無解

當 $a=1$時，①式 $\Rightarrow 0\cdot x=0$ ， x 爲任意實數

$\therefore p=-2$ 、 $q=1$，即 $p-q=-2-1=-3$，故選(A)

22. 由公式解可知兩根爲 $x=\dfrac{-(-6)\pm\sqrt{(-6)^2-4\times1\times7}}{2}$

$=\dfrac{6\pm\sqrt{8}}{2}=3\pm\sqrt{2}\Rightarrow\alpha=3-\sqrt{2}$

$\because \sqrt{2}=1.414\cdots\Rightarrow 3-\sqrt{2}=1.5\cdots$，其整數部分爲 1

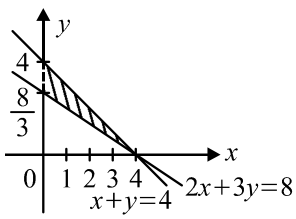
$\therefore$小數部分爲 $(3-\sqrt{2})-1=2-\sqrt{2}$ ，故選(B)

23. $\because A(2,\log_3 2)$ 、 $B(162,\log_3 162)$

$\therefore \overleftrightarrow{AB}$ 的斜率爲 $\dfrac{\log_3 162-\log_3 2}{162-2}=\dfrac{\log_3\frac{162}{2}}{160}=\dfrac{\log_3 81}{160}$

$=\dfrac{4}{160}=\dfrac{1}{40}$ ，故選(A)

24. 作圖如下



並對 x 值作討論

(1) 當 $x=1\Rightarrow\begin{cases}y>0\\2+3y\ge8\\1+y\le4\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}y>0\\y\ge2\\y\le3\end{cases}\Rightarrow 2\le y\le3$

$\therefore y=2$、3

(2) 當 $x=2\Rightarrow\begin{cases}y>0\\4+3y\ge8\\2+y\le4\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}y>0\\y\ge\frac{4}{3}\\y\le2\end{cases}\Rightarrow\frac{4}{3}\le y\le2$

$\therefore y=2$

(3) 當 $x=3\Rightarrow\begin{cases}y>0\\6+3y\ge8\\3+y\le4\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}y>0\\y\ge\frac{2}{3}\\y\le1\end{cases}\Rightarrow\frac{2}{3}\le y\le1$

$\therefore y=1$

由(1)(2)(3)可知，格子點有 $(1,2)$、$(1,3)$、$(2,2)$、$(3,1)$

共 4 個，故選(C)

25. $\because L：x+ky+1=0$ 恆過點 $P(-1,0)$，由圖可知 A 、 B 兩點必在 L 左側，而 C 、 D 兩點必在 L 右側

$\therefore\begin{cases}1+2k+1<0\\-1+3k+1<0\end{cases}$ 且 $\begin{cases}5+k+1>0\\3-2k+1>0\end{cases}$

$\Rightarrow\begin{cases}k<-1\\k<0\end{cases}$ 且 $\begin{cases}k>-6\\k<2\end{cases}\Rightarrow -6<k<-1$，故選(A)