

110 學年度四技二專第四次聯合模擬考試

共同科目 數學(B)卷 詳解

數學(B)卷

110-4-B

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	D	A	C	D	B	D	C	B	D	C	C	A	B	A	A	D	B	A	B	D	C	B	C	B

1. $x^2 - x - 6 > 0 \Rightarrow (x-3)(x+2) > 0$
 $\Rightarrow x > 3$ 或 $x < -2$ ，故選(A)

2. 由截距式 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

$$\Rightarrow L: \frac{x}{4} + \frac{y}{-5} = 1$$

$$\Rightarrow L: 5x - 4y - 20 = 0$$

故選(D)

3. $x^2 - x - 2$ 可分解為 $(x-2)(x+1)$

$\Rightarrow x-2, x+1$ 均為 $x^3 + ax^2 + bx - 2$ 的因式

$$\Rightarrow f(2) = 0, f(-1) = 0$$

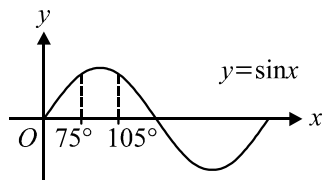
$$\Rightarrow \begin{cases} 8 + 4a + 2b - 2 = 0 \\ -1 + a - b - 2 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a + b = -3 \\ a - b = 3 \end{cases}$$

$$\text{解得 } a = 0, b = -3$$

$$\Rightarrow a + b = -3, \text{ 故選(A)}$$

4. 如下圖所示



故選(C)

5. (A) \times : $\vec{a} - \vec{b} = (3, 4) - (7, 1) = (-4, 3)$

(B) \times : $|\vec{b}| = \sqrt{7^2 + 1^2} = 5\sqrt{2}$

(C) \times : $\vec{a} \cdot \vec{b} = 21 + 4 = 25$

(D) \circ : $\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{25}{5 \cdot 5\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$

故選(D)

6. $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 16 \Rightarrow$ 圓心 $(-2, 3)$ ，半徑 $= 4$

圓心 $(-2, 3) \xrightarrow{\text{向東2單位}} (0, 3) \xrightarrow{\text{向南1單位}} \text{新圓心 } (0, 2)$

半徑 4 $\xrightarrow{\text{增為2倍}} \text{新半徑為 } 8$

即新暴風圈外緣之圓，其圓心為 $(0, 2)$ ，半徑為 8

$$\Rightarrow (x-0)^2 + (y-2)^2 = 8^2$$

$$\text{即 } x^2 + (y-2)^2 = 64$$

故選(B)

7. 由 $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \Rightarrow 3280 = \frac{1 \cdot (1-3^n)}{1-3}$

$$\Rightarrow -6560 = 1 - 3^n \Rightarrow 3^n = 6561$$

$$\text{又 } 6561 = 3^8 \Rightarrow n = 8$$

故選(D)

8. 原式 $\Rightarrow 4 - 3 - 3x < 2 - 5 + x$

$$\Rightarrow 1 - 3x < -3 + x$$

$$\Rightarrow 4 < 4x \Rightarrow x > 1$$

故選(C)

9. 由 $\begin{cases} x + y = 7 \\ 2x - y = 8 \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x = 5 \\ y = 2 \end{cases}$

代入 $\begin{cases} 2ax - 3by = -2 \\ ax + by = 9 \end{cases}$ 得 $\begin{cases} 10a - 6b = -2 \dots \textcircled{1} \\ 5a + 2b = 9 \dots \textcircled{2} \end{cases}$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} \times 3 \Rightarrow 25a = 25 \Rightarrow a = 1$$

$$\text{代回 } \textcircled{2} \Rightarrow b = 2$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 = 1^2 + 2^2 = 5$$

故選(B)

10. 設 Ct 值 = 16 時的原始病毒量為 A

設 Ct 值 = 20 時的原始病毒量為 B

$$\text{依題意, } A \times 2^{16} = B \times 2^{20} \Rightarrow \frac{A}{B} = \frac{2^{20}}{2^{16}} = 2^4 = 16$$

故選(D)

11. 設山高為 h 公尺

在 $\triangle ACD$ 中, $\angle ACD = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$

$\Rightarrow \triangle ACD$ 為等腰三角形

$$\Rightarrow \overline{CD} = \overline{AD} = 200$$

在 $\triangle BCD$ 中, $\frac{\overline{BC}}{\overline{CD}} = \sin 60^\circ$

$$\Rightarrow \frac{h}{200} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow h = 100\sqrt{3}$$

故選(C)

12. 依題意，可能的情況有：

(1) 3 位醫生、2 位護士 $\Rightarrow C_3^5 \times C_2^6 = 10 \times 15 = 150$

(2) 2 位醫生、3 位護士 $\Rightarrow C_2^5 \times C_3^6 = 10 \times 20 = 200$

\Rightarrow 共有 $150 + 200 = 350$ 種，故選(C)

13. $x = 3 + 2 = 5$

$$11 + y = 24 \Rightarrow y = 13$$

$$35 + z = 39 \Rightarrow z = 4$$

$$\Rightarrow x + y + z = 5 + 13 + 4 = 22$$

故選(A)

14. 由餘弦定理, $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

$$\Rightarrow \overline{AB}^2 = (\sqrt{3} + 1)^2 + (\sqrt{2})^2 - 2(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{2}) \cos 45^\circ$$

$$= (4 + 2\sqrt{3}) + 2 - 2(\sqrt{3} + 1) = 4 \Rightarrow \overline{AB} = 2, \text{ 故選(B)}$$

15. 由 $C: (x-2)^2 + (y+a)^2 = 4$ 可知圓心 $O(2, -a)$ ，半徑

$$r=2$$

因直線與圓交於相異兩點，得 $d(O, L) < r$

$$\Rightarrow d(O, L) = \frac{|6+4a-2|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}} < 2$$

$$\Rightarrow |4a+4| < 10 \Rightarrow -10 < 4a+4 < 10$$

$$\Rightarrow -\frac{7}{2} < a < \frac{3}{2}$$

故選(A)

$$16. \text{ 因 } \begin{cases} \alpha + \beta = -\frac{3}{1} = -3 \\ \alpha\beta = \frac{-5}{1} = -5 \end{cases}$$

\Rightarrow 以 $\alpha + \beta$ 、 $\alpha\beta$ 為二根之方程式為 $(x+3)(x+5) = 0$

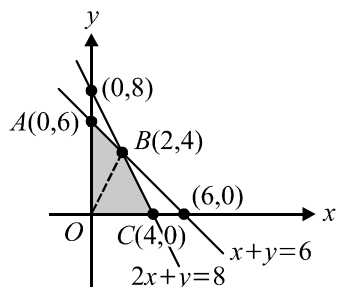
$$\Rightarrow x^2 + 8x + 15 = 0$$

即 $a=8$ ， $b=15$

$$\Rightarrow 2a - b = 16 - 15 = 1$$

故選(A)

17. 滿足聯立不等式的區域如下圖所示



區域 R 面積 = $\triangle ABO$ 面積 + $\triangle BCO$ 面積

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times 2 + \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 6 + 8 = 14, \text{ 故選(D)}$$

18. 原式 $\Rightarrow \log_5(x-1) = 2\log_5(x-3)$

$$\Rightarrow \log_5(x-1) = \log_5(x-3)^2$$

$$\Rightarrow (x-1) = (x-3)^2$$

$$\Rightarrow x-1 = x^2 - 6x + 9$$

$$\Rightarrow x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$\Rightarrow (x-2)(x-5) = 0$$

$\Rightarrow x=2$ 或 5 ($x=2$ 不合，因真數 $2-3 < 0$)

即 x 的所有根之和為 5 ，故選(B)

19. 依題意，如右圖所示

$$\Rightarrow \angle ACB = 180^\circ - 75^\circ - 60^\circ = 45^\circ$$

由正弦定理， $\frac{\overline{AC}}{\sin 60^\circ} = \frac{\overline{AB}}{\sin 45^\circ}$

$$\Rightarrow \frac{\overline{AC}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{500}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \Rightarrow \sqrt{2} \overline{AC} = 500\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \overline{AC} = 250\sqrt{6}, \text{ 故選(A)}$$

$$20. \frac{73+75+76+77+x}{5} = 76$$

$$\Rightarrow 301 + x = 380 \Rightarrow x = 79$$

母體標準差

$$= \sqrt{\frac{(73-76)^2 + (75-76)^2 + (76-76)^2 + (77-76)^2 + (79-76)^2}{5}}$$

$$= \sqrt{\frac{9+1+0+1+9}{5}} = \sqrt{4} = 2, \text{ 故選(B)}$$

21. 樣本空間 S 的個數為 $n(S) = 4 \times 4 \times 4 = 64$

a 、 b 、 c 可為三角形三邊長的情況如下

(1) 3 同：111, 222, 333, 444 \Rightarrow 4 種

(2) 2 同 1 異：221, 223, 331, 332, 334, 441, 442, 443

$$\Rightarrow 8 \times \frac{3!}{2!} = 24 \text{ 種}$$

(3) 3 異：234 $\Rightarrow 3! = 6$ 種

即共有 $4 + 24 + 6 = 34$ 種

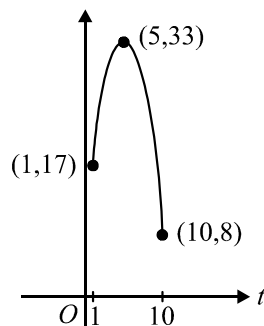
\therefore 機率為 $\frac{34}{64} = \frac{17}{32}$ ，故選(D)

$$22. f(t) = -t^2 + 10t + 8 = -(t^2 - 10t + 25 - 25) + 8$$

$$= -(t-5)^2 + 33$$

又 $f(1) = 17$ ， $f(10) = 8$

作圖如下



\Rightarrow 最高溫為 33°C ，最低溫為 8°C

\Rightarrow 最大溫差為 $33 - 8 = 25^\circ\text{C}$ ，故選(C)

23. 因 $\beta = \alpha = 45^\circ \Rightarrow$ 入射線與反射線互相垂直

令反射線方程式為 $3x + 2y + k = 0$

又反射線通過 $O(3, 0)$ ，代入得 $9 + k = 0 \Rightarrow k = -9$

\Rightarrow 反射線方程式為 $3x + 2y - 9 = 0$

故選(B)

24. 最多觀眾的排法應該由最後一排最多座位排起

\therefore 有觀眾的應該是第 16、13、10、7、4、1 排

第一排(14 個座位)：1, 5, 9, 13 \Rightarrow 4 人

第四排(17 個座位)：1, 5, 9, 13, 17 \Rightarrow 5 人

第七排(20 個座位)：1, 5, 9, 13, 17 \Rightarrow 5 人

第十排(23 個座位)：1, 5, 9, 13, 17, 21 \Rightarrow 6 人

第十三排(26 個座位)：1, 5, 9, 13, 17, 21, 25 \Rightarrow 7 人

第十六排(29 個座位)：1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29 \Rightarrow 8 人

\Rightarrow 最多有 $4 + 5 + 5 + 6 + 7 + 8 = 35$ 人

故選(C)

25. 保險公司獲利期望值

$$= 500 \times (1 - 0.26\%) + (-100000 + 500) \times 0.26\%$$

$$= 500 + (-100000) \times 0.26\%$$

$$= 500 - 260 = 240, \text{ 故選(B)}$$