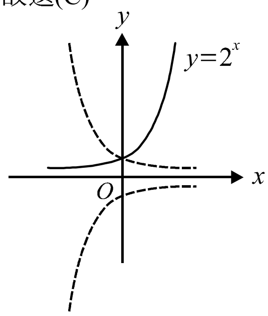
109 學年度四技二專第五次聯合模擬考試
共同科目　數學(B)卷　詳解

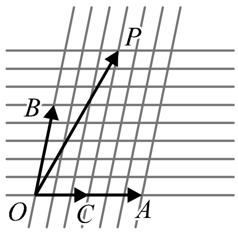
數學(B)卷　　109-5-B

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	C	B	C	D	B	D	A	A	D	C	A	A	B	C	B	C	B	A	A	D	B	D	C	D

1. 令 $P(t,-2t-1)$，$\because \overline{PA}=\overline{PB}$
 $\therefore \sqrt{(t-4)^2+(-2t-1-1)^2}=\sqrt{(t-2)^2+(-2t-1-5)^2}$
 $\Rightarrow (t-4)^2+(-2t-2)^2=(t-2)^2+(-2t-6)^2$
 $\Rightarrow t^2-8t+16+4t^2+8t+4=t^2-4t+4+4t^2+24t+36$
 $\Rightarrow 20t=-20 \Rightarrow t=-1$
 $\therefore a=-1$，$b=1 \Rightarrow a+b=0$，故選(B)
2. (A) $2\sin 10^\circ \cos 10^\circ=\sin 20^\circ$
 (B) $\sin 40^\circ\cdot\cos 30^\circ+\cos 40^\circ\cdot\sin 30^\circ$
 $=\sin(40^\circ+30^\circ)=\sin 70^\circ$
 (C) $\cos 30^\circ\cdot\cos 20^\circ+\sin 30^\circ\cdot\sin 20^\circ$
 $=\cos(30^\circ-20^\circ)=\cos 10^\circ=\sin 80^\circ$
 (D) $2\cos^2 50^\circ-1=\cos 100^\circ=-\cos 80^\circ=-\sin 10^\circ$
 由上可知，sin80°為最大值，故選(C)
3. 由右圖所示
 $y=2^x \xrightarrow[\text{對稱}y\text{軸}]{} y=2^{-x}$
 $\xrightarrow[\text{對稱}x\text{軸}]{} y=-2^{-x}$
 $\therefore y=-2^{-x}=-(\frac{1}{2})^x$
 故選(B)



4. $\because a_{17}=a_1+16d$
 $\therefore 203=5+16d \Rightarrow d=\frac{198}{16}=\frac{99}{8}$
 所求 $a_9=a_1+8d=5+8\times\frac{99}{8}=104$，故選(C)
5. 令 $f(x)=k(x+1)(2x-1)$
 $\because f(1)=6 \quad \therefore k(1+1)(2-1)=6 \Rightarrow k=3$
 可知 $f(x)=3(x+1)(2x-1)$
 $\therefore f(3)=3(3+1)(6-1)=60$，故選(D)
6. 方程式的解 $x=1$、$\frac{\pi}{2}$、0 或 $\sqrt{2}$
 $\because x$ 為有理數　$\therefore x=1$ 或 0，共有 2 個解
 故選(B)
7. 由算幾不等式知 $\frac{2a+b}{2}\ge\sqrt{2a\cdot b} \Rightarrow \frac{6}{2}\ge\sqrt{2ab}$
 $\Rightarrow 2ab\le 9 \Rightarrow ab\le\frac{9}{2} \Rightarrow 3ab\le\frac{27}{2}$
 $\therefore$最大值為 $\frac{27}{2}$，故選(D)
8. 所求選法$=$(有選到商經科)$+$(沒選到商經科)
 $=C^3_1\times C^6_2+C^6_3=3\times 15+20=65$，故選(A)
9. 所求 $=\frac{C^6_3}{6\times 6\times 6}=\frac{20}{216}=\frac{5}{54}$，故選(A)
10. 設 L 為準線
 $\because d(P,L)=\overline{OP}=6$
 $\Rightarrow L$ 之位置位於 P 點下方 6 公分(即 O 點下方 3 公分)
 依此檢驗 A、B、C、D、E 等 5 點
 發現 $d(A,L)=\overline{OA}$，$d(D,L)=\overline{OD}$，$d(E,L)=\overline{OE}$
 $\therefore A$、D、E　3 個點都在拋物線上，故選(D)
11. 由正弦定理知：$\begin{cases}\frac{\overline{AD}}{\sin B}=2R_1\cdots\cdots① \\ \frac{\overline{AD}}{\sin C}=2R_2\cdots\cdots②\end{cases}$
 $\frac{①}{②} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2}=\frac{\sin C}{\sin B}$，又 ΔABC 中
 $\frac{\overline{AC}}{\sin B}=\frac{\overline{AB}}{\sin C} \Rightarrow \frac{\sin C}{\sin B}=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{20}{10}=2 \quad \therefore \frac{R_1}{R_2}=2$
 故選(C)
12. $\because \frac{f(2020)-f(2005)}{15}=\frac{(2020a+b)-(2005a+b)}{15}=4$
 $\therefore a=4 \Rightarrow f(x)=4x+b$
 將 $A(-1,1)$ 代入得 $1=-4+b \Rightarrow b=5$
 $\therefore f(x)=4x+5$，又 $\begin{cases}y=x^2 \\ y=4x+5\end{cases}$
 $\therefore x^2=4x+5 \Rightarrow x^2-4x-5=0$
 $\Rightarrow (x-5)(x+1)=0 \Rightarrow x=5$ 或 $-1 \quad \therefore m=5$
 將 $(5,n)$ 代入 $f(x)=4x+5$ 得：$n=4\times 5+5=25$
 可知：$m+n=5+25=30$，故選(A)
13. 由右圖可知：
 $\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{CP}=\frac{3}{6}\overrightarrow{OA}+\frac{8}{5}\overrightarrow{OB}$
 $\therefore \begin{cases}\alpha=\frac{1}{2} \\ \beta=\frac{8}{5}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}0<\alpha<1 \\ \beta>1\end{cases}$
 故選(A)



14. 先求颱風移動路徑之直線方程式 L
 $y+1=\frac{-1-1}{3-2}(x-3) \Rightarrow 2x+y-5=0$
 所求$=$點$(1,13)$到直線 L 的距離
 $=\frac{|2\times 1+13-5|}{\sqrt{2^2+1^2}}=2\sqrt{5}$，故選(B)

15. $\log_3 x\cdot\log_y 9=\dfrac{\log x}{\log 3}\cdot\dfrac{\log 9}{\log y}=\dfrac{\log x}{\log 3}\cdot\dfrac{2\log 3}{\log y}=18$

$\Rightarrow\dfrac{\log x}{\log y}=9$

$\log_8 x\cdot\log_y 2=\dfrac{\log x}{\log 8}\cdot\dfrac{\log 2}{\log y}=\dfrac{\log x}{3\log 2}\cdot\dfrac{\log 2}{\log y}=\dfrac{1}{3}\times 9=3$

故選(C)

16. (A) $\log_{0.3}0.7>\log_{0.3}0.8$

(B) $\because\log 9^{10}=10\times\log 9=10\times 2\log 3\fallingdotseq 9.542$

而 $\log 10^9=9$　$\therefore 9^{10}>10^9$

(C) $1<\log_3 4<2$

(D) $\log_x 4<1\Rightarrow\log_x 4<\log_x x$

(1) 若 $x>1$，則 $x>4\Rightarrow x>4$

(2) 若 $0<x<1$，則 $x<4\Rightarrow 0<x<1$

故選(B)

17. $\because$投擲 1 次之期望值 $=3\times\dfrac{1}{2}+(-1)\times\dfrac{1}{2}=1$ 元

$\therefore$投擲 3 次之期望值 $=1\times 3=3$ 元

故選(C)

18. $\because 225^\circ<\theta<270^\circ$

$\therefore\sin\theta<0$，$\cos\theta<0$ 且 $\sin\theta<\cos\theta$

$\sqrt{(\sin\theta+\cos\theta)^2}+\sqrt{(\sin\theta-\cos\theta)^2}$

$=|\sin\theta+\cos\theta|+|\sin\theta-\cos\theta|$

$=-(\sin\theta+\cos\theta)+(\cos\theta-\sin\theta)=-2\sin\theta$

故選(B)

19. 由餘式定理知 $f(1)=2$ 且 $f(-2)=5$

令 $f(x)=(x-1)(x+2)Q(x)+ax+b$

$\because f(1)=2\Rightarrow a+b=2\cdots\cdots$①

又 $f(-2)=5\Rightarrow -2a+b=5\cdots\cdots$②

由①－②得 $3a=-3\Rightarrow a=-1$

將 $a=-1$ 代入①得 $b=3$

$\therefore$餘式爲 $-x+3$，故選(A)

20. 令兩所大學爲 A 、 B ，動物園爲 C

兩間遊樂園爲 D 、 E

(1) $_{\wedge}A_{\wedge}B_{\wedge}C_{\wedge}$ ： D 、 E 插空隙

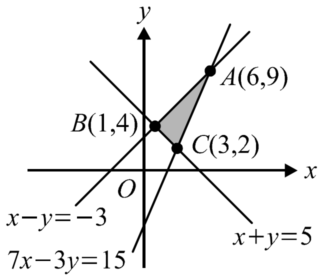
$\therefore$有 $4\times 3=12$ 種方式

(2) $_{\wedge}B_{\wedge}A_{\wedge}C_{\wedge}$ ： D 、 E 插空隙

$\therefore$有 $4\times 3=12$ 種方式

即安排方式有 $12+12=24$ 種，故選(A)

21.



解聯立方程式，可得 $A(6,9)$ 、 $B(1,4)$ 、 $C(3,2)$ ，則

(x,y)	$(6,9)$	$(1,4)$	$(3,2)$
$2x-y$	$2\times 6-9=3$	$2\times 1-4=-2$	$2\times 3-2=4$

$\therefore$最大值爲 4，故選(D)

22. $x^2+4y^2-6x+8y-3=0\Rightarrow(x-3)^2+4(y+1)^2=16$

$\Rightarrow\dfrac{(x-3)^2}{16}+\dfrac{(y+1)^2}{4}=1$

$\therefore a^2=16\Rightarrow a=4$

由橢圓定義可知：$\begin{cases}\overline{AF_1}+\overline{AF_2}=2a=8\\\overline{BF_1}+\overline{BF_2}=2a=8\end{cases}$

$\therefore\Delta ABF_1$ 之周長 $=8+8=16$ ，故選(B)

23. $f'(3)=\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{f(x)-f(3)}{x-3}$

$=\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\dfrac{(x-1)(x-2)(x-3)(x-5)}{x-4}-0}{x-3}$

$=\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{(x-1)(x-2)(x-5)}{x-4}$

$=\dfrac{(3-1)(3-2)(3-5)}{3-4}=\dfrac{2\times 1\times(-2)}{-1}=4$ ，故選(D)

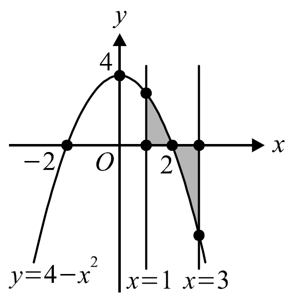
24. 令 $f(x)=0$　$\therefore 4-x^2=0\Rightarrow x=\pm 2$

$\therefore R=\int_1^2(4-x^2)dx-\int_2^3(4-x^2)dx$

$=(4x-\dfrac{1}{3}x^3)\Big|_1^2-(4x-\dfrac{1}{3}x^3)\Big|_2^3$

$=[4(2-1)-\dfrac{1}{3}(8-1)]-[4(3-2)-\dfrac{1}{3}(27-8)]$

$=\dfrac{5}{3}-(-\dfrac{7}{3})=4$ ，故選(C)



25. 人數：

$1+2+8+x+y+8+4+1=45\Rightarrow x+y=21\cdots\cdots$①

命中次數：$3+8+40+6x+7y+64+36+10=6.8\times 45$

$\Rightarrow 6x+7y=145\cdots\cdots$②

解①、②得：$\begin{cases}x=2\\y=19\end{cases}$

另外，45 位同學命中次數的中位數在第 23 位

$\therefore$中位數 $=7$ 次，故選(D)