

109 學年度四技二專第四次聯合模擬考試 共同科目 數學(B)卷 詳解

數學(B)卷

109-4-B

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	C	A	A	D	D	A	B	A	C	B	C	D	C	B	C	D	B	C	D	A	B	D	B	A

1. 由截距式 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \Rightarrow \frac{x}{-5} + \frac{y}{-2} = 1$
 $\Rightarrow 2x + 5y + 10 = 0$ ，故選(A)
2. $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ ， $\sin \beta = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ， $\sin \gamma = \frac{3}{5}$
 因為 α 、 β 、 γ 皆為銳角且 $\sin \beta > \sin \gamma > \sin \alpha$
 所以 $\beta > \gamma > \alpha$ ，故選(C)
3. $\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BC} + 3\overrightarrow{CA} = (2, 1) + 2(0, -1) + 3(-2, 0)$
 $= (2 + 0 - 6, 1 - 2 + 0) = (-4, -1)$ ，故選(A)
4. $\log_3 60 = \log_3 (2^2 \times 3 \times 5)$
 $= 2\log_3 2 + \log_3 3 + \log_3 5$
 $= 2a + 1 + b = 2a + b + 1$ ，故選(A)
5. $\sum_{k=1}^9 (\frac{1}{3}a_k + 2b_k - 3) = \sum_{k=1}^9 \frac{1}{3}a_k + \sum_{k=1}^9 2b_k - \sum_{k=1}^9 3$
 $= \frac{1}{3} \sum_{k=1}^9 a_k + 2 \sum_{k=1}^9 b_k - \sum_{k=1}^9 3 = \frac{1}{3} \times 12 + 2 \times 9 - 9 \times 3$
 $= 4 + 18 - 27 = -5$ ，故選(D)
6. 利用長除法

$$\begin{array}{r} 3+1 \\ 2-1-2 \overline{) 6-1+0-4} \\ \underline{6-3-6} \\ 2+6-4 \\ \underline{2-1-2} \\ 7-2 \end{array}$$
 得餘式為 $7x - 2$ ，即 $a = 7$ ， $b = -2$
 $\Rightarrow a + b = 7 + (-2) = 5$ ，故選(D)
7. 利用綜合除法

$$\begin{array}{r} 2-1-5-2 \overline{) -\frac{1}{2}} \\ \underline{-1 \quad 1 \quad 2} \\ 2-2-4 \quad 0 \\ \div 2 \\ \hline 1-1-2 \end{array}$$
 即 $2x^3 - x^2 - 5x - 2 = (2x + 1)(x^2 - x - 2) = 0$
 $\Rightarrow (2x + 1)(x - 2)(x + 1) = 0$
 \Rightarrow 除 $-\frac{1}{2}$ 外的相異兩根為 2 、 $-1 \Rightarrow \alpha - \beta = 3$ 或 -3
 $\Rightarrow |\alpha - \beta| = 3$ ，故選(A)
8. \overleftrightarrow{AB} 的直線方程式為 $x - 3y + 6 = 0$
 \overleftrightarrow{BC} 的直線方程式為 $x + y - 2 = 0$
 \overleftrightarrow{AC} 的直線方程式為 $x - y - 2 = 0$

$\triangle ABC$ 區域為直線 $x + y - 2 = 0$ 及其右側半平面，直線 $x - 3y + 6 = 0$ 及其右側半平面，直線 $x - y - 2 = 0$ 及其左側半平面的重疊區域

$$\Rightarrow \begin{cases} x + y - 2 \geq 0 \\ x - 3y + 6 \geq 0 \\ x - y - 2 \leq 0 \end{cases} \text{，故選(B)}$$

9. (1) A 、 B 在甲班： $C_1^6 \times C_3^5 \times C_2^2 = 60$
 (2) A 、 B 在乙班： $C_1^6 \times C_3^5 \times C_2^2 = 60$
 (3) A 、 B 在丙班： $C_3^6 \times C_3^3 = 20$
 \Rightarrow 共有 $60 + 60 + 20 = 140$ 種，故選(A)
10. 平均氣溫為 $\frac{9}{5} \times 30 + 32 = 86^\circ\text{F}$

標準差為 $\frac{9}{5} \times 5 = 9^\circ\text{F}$

故選(C)

11. $4x^2 + 4x - 3 = 0 \Rightarrow (2x + 3)(2x - 1) = 0$
 $\Rightarrow x = -\frac{3}{2}$ 或 $\frac{1}{2}$

因為 $-1 \leq \cos \theta \leq 1$ ，所以 $\cos \theta = \frac{1}{2}$

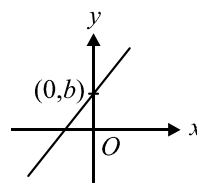
由 $\cos 2\theta = 2\cos^2 \theta - 1$ 得知：

$$\cos 2\theta = 2 \times (\frac{1}{2})^2 - 1 = -\frac{1}{2} \text{，故選(B)}$$

12. 焦點 $(7, 1)$ 、 $(-3, 1)$ ，實軸長 $= 2a = 6$
 \Rightarrow 中心 $(2, 1)$ ， $c = 5$ ， $a = 3$ ，左右型
 由 $c^2 = a^2 + b^2$ 得知： $b = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$
 \Rightarrow 雙曲線方程式為 $\frac{(x-2)^2}{9} - \frac{(y-1)^2}{16} = 1$

故選(C)

13. 因為 $y = ax^2 + b$ 之開口向上且與 x 軸沒有交點
 所以 $a > 0$ 且判別式 $0^2 - 4 \times a \times b < 0 \Rightarrow a > 0$ 且 $b > 0$
 即 $y = f(x) = ax + b$ 的圖形為一斜率 $a > 0$ 且 y 截距 $b > 0$ 之直線，圖形大致如下：



\Rightarrow 不通過第四象限，故選(D)

14. 成本為 300 元，售價為 $300 \times 10 = 3000$ 元
 利潤為 $3000 - 300 = 2700$ 元

調降二次後利潤為 $2700 \times (1 - \frac{1}{3})(1 - \frac{1}{3}) = 1200$ 元

\Rightarrow 售價為 $300 + 1200 = 1500$ 元

故選(C)

15. 設餘式 $r(x)$ 為 $ax + b$

由除法原理可知，恰有一多項式 $q(x)$ 使得

$$f(x) = (x-3)(x+2)q(x) + ax + b$$

由餘式定理知

$$f(3) = 3a + b = 8 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$f(-2) = -2a + b = -2 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

由 $\textcircled{1} - \textcircled{2}$ 得： $5a = 10 \Rightarrow a = 2$

代回 $\textcircled{1}$ 得： $b = 2$

即 $r(x) = 2x + 2 \Rightarrow r(0) = 2 \times 0 + 2 = 2$

故選(B)

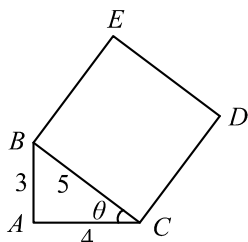
16. 令 $\angle ACB = \theta$

$\Rightarrow \angle ACD = 90^\circ + \theta$

$$\cos \angle ACD = \cos(90^\circ + \theta)$$

$$= -\sin \theta = -\frac{3}{5}$$

故選(C)



17. 因為 $x \geq 4$ 或 $x \leq -\frac{1}{3}$ ，所以 $(x-4)(3x+1) \geq 0$

$$\Rightarrow 3x^2 - 11x - 4 \geq 0 \quad \times(-1) \Rightarrow -3x^2 + 11x + 4 \leq 0$$

比較係數得 $a = -3$ ， $b = 11$

$\Rightarrow a + b = -3 + 11 = 8$ ，故選(D)

18. 所求為(任意排) - (3 排第一位數) - (6 排最末位數) + (3 排第一位數且 6 排最末位數)

$$= 4! - 3! - 3! + 2! = 24 - 6 - 6 + 2 = 14$$
，故選(B)

19. $\log a + \log b > 1 \Rightarrow \log ab > 1 \Rightarrow ab > 10$

滿足 $ab > 10$ 的情形如下：

(2, 6)、(3, 4)、(3, 5)、(3, 6)、(4, 3)、(4, 4)、(4, 5)、(4, 6)、(5, 3)、(5, 4)、(5, 5)、(5, 6)、(6, 2)、(6, 3)、(6, 4)、(6, 5)、(6, 6) 共 17 種

\Rightarrow 發生的機率為 $\frac{17}{36}$ ，故選(C)

20. 設切線 L 之方程式為 $x + y = k$

圓方程式配方得 $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 8$

\Rightarrow 圓心 $O(3, 2)$ ，半徑 $r = 2\sqrt{2}$

因為相切，所以 $d(O, L) = r$

$$\Rightarrow \frac{|5-k|}{\sqrt{1^2+1^2}} = 2\sqrt{2} \Rightarrow |5-k| = 4$$

$\Rightarrow 5-k = \pm 4 \Rightarrow k = 9$ 或 $k = 1$

即 $L: x + y = 9$ 或 $x + y = 1$

故選(D)

21. 對第 3 行降階得：

$$1 \times \begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix} - (-2) \times \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_3 & b_3 \end{vmatrix} + 3 \times \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

$$= 1 \times 10 + 2 \times (-8) + 3 \times 9 = 21$$
，故選(A)

22. 依題意， $8 = 256 \times (\frac{1}{2})^{\frac{k}{4}} \Rightarrow \frac{1}{32} = (\frac{1}{2})^{\frac{k}{4}} \Rightarrow (\frac{1}{2})^5 = (\frac{1}{2})^{\frac{k}{4}}$
 $\Rightarrow 5 = \frac{k}{4} \Rightarrow k = 20$ ，故選(B)

23. $(x + \frac{a}{x})^8$ 展開式中

$$\text{一般項為 } C_r^8 x^{8-r} (\frac{a}{x})^r = C_r^8 x^{8-r} a^r \cdot x^{-r} = C_r^8 a^r x^{8-2r}$$

$$\text{令 } 8-2r = 6 \Rightarrow r = 1 \Rightarrow x^6 \text{ 項係數為 } C_1^8 a^1 = -24$$

$\Rightarrow a = -3$ ，故選(D)

24. 符合題意的情况有 3 種

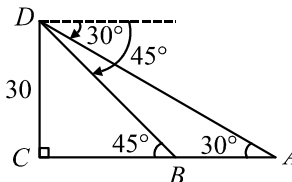
$$(1) \text{ 甲} \rightarrow \text{甲} \rightarrow \text{甲} \Rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$(2) \text{ 甲} \rightarrow \text{乙} \rightarrow \text{甲} \Rightarrow \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$$

$$(3) \text{ 甲} \rightarrow \text{丙} \rightarrow \text{甲} \Rightarrow \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} = \frac{3}{8}$$
，故選(B)

25. 依題意，如下圖所示



$$\triangle BCD \text{ 中，} \frac{CD}{BC} = \tan 45^\circ = 1 \Rightarrow \overline{BC} = 30$$

$$\triangle ACD \text{ 中，} \frac{CD}{AC} = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \overline{AC} = 30\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \overline{AB} = \overline{AC} - \overline{BC} = 30\sqrt{3} - 30 = 30(\sqrt{3} - 1) \text{ 公尺}$$

故選(A)