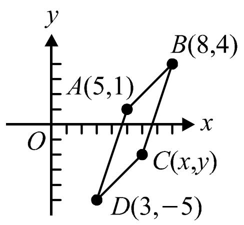
109 學年度四技二專第二次聯合模擬考試
共同科目　數學(B)卷　詳解

數學(B)卷　　109-2-B

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	D	B	A	D	C	C	B	C	B	A	C	C	B	A	B	A	D	A	D	A	D	D	B	A

1. 設 C 點坐標爲 $(x\,,y)$
依平行四邊形兩對角線互相平分的性質可得
$(\frac{5+x}{2},\frac{1+y}{2})=(\frac{8+3}{2},\frac{4+(-5)}{2})$



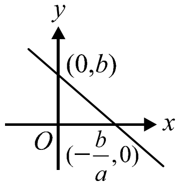
$\Rightarrow\begin{cases}\frac{5+x}{2}=\frac{8+3}{2}\\ \frac{1+y}{2}=\frac{4+(-5)}{2}\end{cases}$
$\Rightarrow x=6$，$y=-2$
$\Rightarrow C$ 點坐標爲 $(6\,,-2)$，故選(C)

2. $\because$ $f(x)=(a+b)x^3+(a-4)x^2+(c+2)x+7$ 爲一次多項式，且一次項係數爲 5
$\therefore\begin{cases}a-4=0\\ a+b=0\\ c+2=5\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=4\\ b=-4\\ c=3\end{cases}$
$\Rightarrow a-b+c=4-(-4)+3=11$，故選(D)

3. $\sin 480^\circ=\sin(360^\circ+120^\circ)=\sin 120^\circ=\sin(180^\circ-60^\circ)$
$=\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\tan 390^\circ=\tan(360^\circ+30^\circ)=\tan 30^\circ=\frac{1}{\sqrt{3}}$
$\sec 540^\circ=\sec(360^\circ+180^\circ)=\sec 180^\circ=-1$
$\therefore$原式$=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{1}{\sqrt{3}}+(-1)=-\frac{1}{2}$，故選(B)

4. $y=f(x)=ax+b\Rightarrow$

x	0	$-\frac{b}{a}$
y	b	0



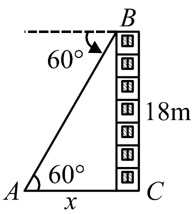
$\because$圖形通過第一、二、四象限
則$\begin{cases}-\frac{b}{a}>0\\ b>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a<0\\ b>0\end{cases}$
$\therefore$點 $(b-a\,,b^3)=(+\,,+)$ 落在第一象限，故選(A)

5. $A(\sin\frac{\pi}{6},\tan\frac{\pi}{4})=(\frac{1}{2},1)$
$B(\csc\frac{11\pi}{6},\cos\frac{2\pi}{3})=(-\csc\frac{\pi}{6},-\cos\frac{\pi}{3})=(-2\,,-\frac{1}{2})$
$\therefore\overline{AB}=\sqrt{[(-2)-\frac{1}{2}]^2+[(-\frac{1}{2})-1]^2}=\sqrt{(-\frac{5}{2})^2+(-\frac{3}{2})^2}$
$=\sqrt{\frac{34}{4}}=\frac{\sqrt{34}}{2}$，故選(D)

6. $a_1=3$，$r=(-1)\div 3=\frac{-1}{3}$
$S_6=\frac{3[1-(\frac{-1}{3})^6]}{1-(\frac{-1}{3})}=\frac{3(1-\frac{1}{729})}{\frac{4}{3}}=\frac{182}{81}$，故選(C)

7. 原式$=\begin{vmatrix}-78+88 & 190\\ 63+(-62) & 299\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}10 & 190\\ 1 & 299\end{vmatrix}$
$=2990-190=2800$，故選(C)

8. 設該車與樓房的水平距離爲 x 公尺
$\because$俯角爲 60°
$\therefore\angle BAC=60^\circ\Rightarrow\tan 60^\circ=\frac{18}{x}$

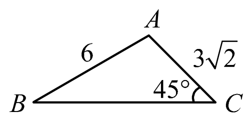


$\Rightarrow\frac{\sqrt{3}}{1}=\frac{18}{x}$
$\Rightarrow\sqrt{3}x=18\Rightarrow x=6\sqrt{3}$
即該車與樓房水平距離爲 $6\sqrt{3}$ 公尺，故選(B)

9. $\frac{a^2\times\sqrt{a}}{\sqrt[4]{a^3}}=\frac{a^2\times a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{3}{4}}}=\frac{a^{2+\frac{1}{2}}}{a^{\frac{3}{4}}}=\frac{a^{\frac{5}{2}}}{a^{\frac{3}{4}}}=a^{\frac{5}{2}-\frac{3}{4}}=a^{\frac{7}{4}}=\sqrt[4]{a^7}$
故選(C)

10. $\because\overrightarrow{AB}=(1-(-2)\,,(-1)-3)=(3\,,-4)$
$\Rightarrow|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{3^2+(-4)^2}=5$
$\therefore\overrightarrow{AB}$ 的單位向量爲 $(\frac{3}{5},\frac{-4}{5})$
$\because\vec{v}$ 與 $\overrightarrow{AB}$ 方向相反且 $|\vec{v}|=10$
$\therefore\vec{v}=-10(\frac{3}{5},\frac{-4}{5})=(-6\,,8)$，故選(B)

11. $\frac{6}{\sin 45^\circ}=\frac{3\sqrt{2}}{\sin B}\Rightarrow\sin B=\frac{1}{2}$



$\therefore\angle B=30^\circ$ 或 150°(不合)
$\Rightarrow\angle A=180^\circ-30^\circ-45^\circ=105^\circ$
$\therefore\Delta=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}\times 3\sqrt{2}\times 6\times\ \sin 105^\circ$
$=\frac{1}{2}\times 3\sqrt{2}\times 6\times\frac{(\sqrt{6}+\sqrt{2})}{4}=\frac{9(\sqrt{3}+1)}{2}$，故選(A)

12. 首項 $a_1=10$，公差 $d=15-10=5$
6 月 1 日至 7 月 31 日共 61 天
$S_n=\frac{n}{2}[2a_1+(n-1)d]=\frac{61}{2}[2\times 10+(61-1)\times 5]=9760$
小欣從 6 月 1 日到 7 月 31 日存款共有 9760 元
故選(C)

13. 原式 $=\log_5 50+\log_5 20-\log_5 2^3=\log_5(\frac{50\times 20}{8})$

$=\log_5 125=\log_5 5^3=3\log_5 5=3$，故選(C)

14. $\because \sum_{k=0}^{\infty}(10x-2)^k=\frac{5}{3}$

$\therefore (10x-2)^0+(10x-2)^1+(10x-2)^2+\cdots=\frac{5}{3}$

$\Rightarrow 1+(10x-2)^1+(10x-2)^2+\cdots=\frac{5}{3}$

首項 $a_1=1$，公比 $r=(10x-2)\div 1=(10x-2)$

$\because$無窮等比級數收斂　$\therefore |r|<1\Rightarrow |10x-2|<1$

$\Rightarrow -1<10x-2<1\Rightarrow \frac{1}{10}<x<\frac{3}{10}$

$S=\frac{1}{1-(10x-2)}=\frac{5}{3}\Rightarrow \frac{1}{3-10x}=\frac{5}{3}$

$\Rightarrow 15-50x=3\Rightarrow x=\frac{6}{25}$ (合)，故選(B)

15. $\because f(-2)=f(1)=0$

$\therefore x+2$、$x-1$ 均為 $f(x)$ 之因式，又 $\deg f(x)=2$

令 $f(x)=a(x+2)(x-1)$

$\because f(3)=20\Rightarrow a(3+2)(3-1)=20\Rightarrow a=2$

$\therefore f(x)=2(x+2)(x-1)$

$\Rightarrow f(-1)=2(-1+2)(-1-1)=-4$，故選(A)

16. $\because |2\vec{a}-\vec{b}|^2=19\Rightarrow 4|\vec{a}|^2-4\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2=19$

$\Rightarrow 4-4\vec{a}\cdot\vec{b}+9=19\Rightarrow \vec{a}\cdot\vec{b}=-\frac{3}{2}$

$\therefore \cos\theta=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=\frac{-\frac{3}{2}}{1\times 3}=\frac{-1}{2}\Rightarrow \theta=120^\circ$，故選(B)

17. 令 $f(x)=(x^2+x-2)Q_1(x)+3x+1\Rightarrow f(-2)=-5$

令 $g(x)=(x^2+x-2)Q_2(x)-2x-1\Rightarrow g(-2)=3$

$\therefore 3f(x)+2g(x)$ 除以 $x+2$ 的餘式為

$3f(-2)+2g(-2)=3\times(-5)+2\times 3=-9$，故選(A)

18. $\sin\theta-\cos\theta=\frac{2}{3}\Rightarrow (\sin\theta-\cos\theta)^2=(\frac{2}{3})^2$

$\Rightarrow \sin^2\theta-2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=\frac{4}{9}$

$\Rightarrow 1-2\sin\theta\cos\theta=\frac{4}{9}\Rightarrow \sin\theta\cos\theta=\frac{5}{18}$

$\tan\theta+\cot\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}+\frac{\cos\theta}{\sin\theta}=\frac{1}{\sin\theta\cos\theta}=\frac{18}{5}$

故選(D)

19. 等號兩邊同乘 $(x-1)(x^2+1)$ 去分母可得：

$x^2+2x-1=A(x^2+1)+(Bx+C)(x-1)$

令 $x=1$ 代入：$2=2A\Rightarrow A=1$

令 $x=0$ 代入：$-1=1-C\Rightarrow C=2$

比較 x^2 項係數：$1=1+B\Rightarrow B=0$

$\therefore A+B-C=1+0-2=-1$，故選(A)

20. 原式 $\Rightarrow \log_6(x-4)(x-9)=2\log_6 6$

$\Rightarrow \log_6(x-4)(x-9)=\log_6 6^2$

$\Rightarrow (x-4)(x-9)=36\Rightarrow x^2-13x=0$

$\Rightarrow x(x-13)=0\Rightarrow x=13$ 或 $x=0$ (不合)，故選(D)

21. 令 $t=x^2+2x\Rightarrow t^2-11t+24=0$

$\Rightarrow (t-3)(t-8)=0\Rightarrow t=3$ 或 8

(1) $t=x^2+2x=3\Rightarrow x^2+2x-3=0$

$\Rightarrow (x+3)(x-1)=0\Rightarrow x=-3$ 或 1

(2) $t=x^2+2x=8\Rightarrow x^2+2x-8=0$

$\Rightarrow (x+4)(x-2)=0\Rightarrow x=-4$ 或 2

即方程式 $(x^2+2x)^2-11(x^2+2x)+24=0$ 所有實數根之和 $=(-3)+(-4)+1+2=-4$，故選(A)

22. 設直線 L 為 $\overline{AB}$ 的垂直平分線

$m_{\overline{AB}}=\frac{-3-1}{5-(-1)}=-\frac{4}{6}=-\frac{2}{3}$

$\because$直線 L 與 $\overline{AB}$ 互相垂直　$\therefore m_L\times m_{\overline{AB}}=-1$

$\Rightarrow m_L\times(-\frac{2}{3})=-1\Rightarrow m_L=\frac{3}{2}$

又 L 過 $\overline{AB}$ 的中點 $M(\frac{(-1)+5}{2},\frac{1+(-3)}{2})=(2,-1)$

可得 L 的直線方程式為

$y-(-1)=\frac{3}{2}(x-2)\Rightarrow 3x-2y-8=0$，故選(D)

23. 以第三列降階得

$(-5)\begin{vmatrix}-1 & x\\ 2 & 1\end{vmatrix}-0\begin{vmatrix}x & x\\ 4 & 1\end{vmatrix}+x\begin{vmatrix}x & -1\\ 4 & 2\end{vmatrix}=23$

$\Rightarrow (-5)(-1-2x)-0+x[2x-(-4)]=23$

$\Rightarrow 2x^2+14x-18=0\Rightarrow x^2+7x-9=0$

由根與係數關係可知 $\begin{cases}\alpha+\beta=-7\\ \alpha\beta=-9\end{cases}$

$\therefore \alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=(-7)^2-2(-9)=67$

[另解]

原式 $\Rightarrow 2x^2+0+5-(-10x+0-4x)=23$

$\Rightarrow 2x^2+14x-18=0\Rightarrow x^2+7x-9=0$

由根與係數關係可知 $\begin{cases}\alpha+\beta=-7\\ \alpha\beta=-9\end{cases}$

$\therefore \alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=(-7)^2-2(-9)=67$

故選(D)

24. $4^x-14\times 2^{x-1}-8=0\Rightarrow 4^x-14\times\frac{2^x}{2}-8=0$

$\Rightarrow 4^x-7\times 2^x-8=0$

令 $t=2^x>0$，$t^2-7t-8=0\Rightarrow (t-8)(t+1)=0$

$\Rightarrow t=8$ 或 $t=-1$ (不合)

$\therefore 2^x=8\Rightarrow 2^x=2^3\Rightarrow x=3\Rightarrow 3^{-x}=3^{-3}=\frac{1}{3^3}=\frac{1}{27}$

故選(B)

25. $f(x)=4\cos(\frac{\pi}{3}+x)-4\cos x+3$

$=4(\cos\frac{\pi}{3}\cos x-\sin\frac{\pi}{3}\sin x)-4\cos x+3$

$=4(\cos 60^\circ\cos x-\sin 60^\circ\sin x)-4\cos x+3$

$=4(\frac{1}{2}\cos x-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x)-4\cos x+3$

$=-2\sqrt{3}\sin x-2\cos x+3$

∴最小值爲$-\sqrt{(-2\sqrt{3})^2+(-2)^2}+3=(-4)+3=-1$

故選(A)