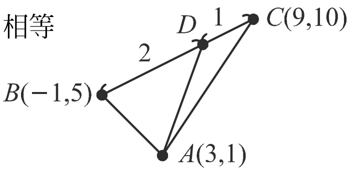
109 學年度四技二專第一次聯合模擬考試
共同科目　數學(B)卷　詳解

數學(B)卷　109-1-B

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	B	C	D	C	A	C	A	A	A	D	B	C	B	D	A	D	C	C	A	B	A	B	D	D

1. 將 $y=x^2+x+1$ 上每一點依 $-\vec{a}=(2,-1)$ 的大小與方向移動，即向右平移 2 單位，向下平移 1 單位可得原拋物線方程式 $y=(x-2)^2+(x-2)+1-1=x^2-3x+2$
$\therefore b=-3$ ，$c=2$ ，即 $b+c=-3+2=-1$ ，故選(B)
[另解]：將新拋物線 $y=x^2+x+1=(x+\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}$ 之頂點 $(-\frac{1}{2},\frac{3}{4})$ 依 $-\vec{a}=(2,-1)$ 的大小與方向移動，即可得原拋物線的頂點 $(-\frac{1}{2}+2,\frac{3}{4}-1)=(\frac{3}{2},-\frac{1}{4})$ ，又平移不影響開口大小及方向，即 x^2 項係數 1 不變，可得原拋物線方程式為 $y=(x-\frac{3}{2})^2-\frac{1}{4}\Rightarrow y=x^2-3x+2$
$\Rightarrow b=-3$ ，$c=2$ ，$b+c=-1$ ，故選(B)

2. $\because \frac{\Delta ABD\text{面積}}{\Delta ACD\text{面積}}=\frac{2}{1}$ 且高相等

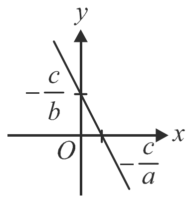


$\therefore \frac{\overline{BD}}{\overline{CD}}=\frac{2}{1}$
由分點公式可得
$D(\frac{2\times 9+1\times(-1)}{2+1},\frac{2\times 10+1\times 5}{2+1})=(\frac{17}{3},\frac{25}{3})$
$\therefore x=\frac{17}{3}$ ，$y=\frac{25}{3}$
即 $x+y=\frac{17}{3}+\frac{25}{3}=\frac{42}{3}=14$ ，故選(B)

3. $\because L_1 // L_2\Rightarrow m_1=m_2\Rightarrow \frac{1}{2}=-a\quad \therefore a=-\frac{1}{2}$
又 $L_3\perp L_1\Rightarrow$ 設 L_3：$2x+y+k=0$
以 $(3,2)$ 代入得 $6+2+k=0\Rightarrow k=-8$
即 L_3：$2x+y-8=0\Rightarrow x+\frac{1}{2}y-4=0$
$\therefore b=\frac{1}{2}$ ，$c=-4$
即 $a+b+c=-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-4=-4$ ，故選(C)

4. $y=-2x^2+4x=-2(x-1)^2+2$ ，得頂點 $V(1,2)$
即所求為 $\sqrt{(1-0)^2+(2-0)^2}=\sqrt{5}$ ，故選(D)

5. 觀察圖形可知
(1) 開口向上 $\Rightarrow a>0$
(2) 頂點在 y 軸左側 $\Rightarrow \frac{-b}{2a}<0\Rightarrow b>0$
(3) y 軸截距為負 $\Rightarrow c<0$
分別令 $y=0$ 及 $x=0$ 代入直線 $ax+by+c=0$
可得 x 軸截距為 $-\frac{c}{a}>0$ 、 y 軸截距為 $-\frac{c}{b}>0$



由圖形可知直線 $ax+by+c=0$ 不通過第三象限
故選(C)

6. 設 $R(0,y)$ ，由 $\overline{PR}=\overline{QR}$
$\Rightarrow \sqrt{(0+3)^2+(y-5)^2}=\sqrt{(0-7)^2+(y-1)^2}$
$\Rightarrow y^2-10y+34=y^2-2y+50\Rightarrow y=-2$
即 $\overline{PR}=\sqrt{(0+3)^2+(-2-5)^2}=\sqrt{58}$ ，故選(A)

7. $\because \overrightarrow{AB}=(-3,-5)$ 、 $\overrightarrow{BC}=(-3,8)$
$\overrightarrow{DC}=(-1-x,6-y)$ 、 $\overrightarrow{CA}=(6,-3)$
$\therefore (-3,-5)-3(-3,8)=5(-1-x,6-y)+(6,-3)$
$\Rightarrow (6,-29)=(1-5x,27-5y)$
$\Rightarrow 6=1-5x$ 且 $-29=27-5y\Rightarrow x=-1$ 且 $y=\frac{56}{5}$
可得 $x+y=-1+\frac{56}{5}=\frac{51}{5}$ ，故選(C)

8. 解 $\begin{cases} y=x-2 \\ y=-x^2+2x+4 \end{cases}$
$\Rightarrow x-2=-x^2+2x+4\Rightarrow x^2-x-6=0$
$\Rightarrow (x-3)(x+2)=0\Rightarrow x=3$ 或 -2 代入 $f(x)$
可得交點為 $(3,1)$ 和 $(-2,-4)$
即中點為 $(\frac{3+(-2)}{2},\frac{1+(-4)}{2})=(\frac{1}{2},-\frac{3}{2})$ ，故選(A)

9. 所求 $=\sin 30^\circ+\cot 30^\circ+\sec 60^\circ$
$=\frac{1}{2}+\sqrt{3}+2=\frac{5}{2}+\sqrt{3}$ ，故選(A)

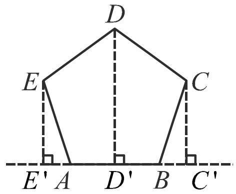
10. 原式 $=\sin^2\frac{\pi}{5}-2\sin\frac{\pi}{5}\csc\frac{\pi}{5}+\csc^2\frac{\pi}{5}+\cos^2\frac{\pi}{5}$
$-2\cos\frac{\pi}{5}\sec\frac{\pi}{5}+\sec^2\frac{\pi}{5}-\tan^2\frac{\pi}{5}+2\tan\frac{\pi}{5}\cot\frac{\pi}{5}-\cot^2\frac{\pi}{5}$
$=(\sin^2\frac{\pi}{5}+\cos^2\frac{\pi}{5})+(\csc^2\frac{\pi}{5}-\cot^2\frac{\pi}{5})$
$+(\sec^2\frac{\pi}{5}-\tan^2\frac{\pi}{5})-2-2+2$

$=1+1+1-2=1$，故選(A)

11. $\because \vec{b}+\vec{c}=(-1,2)$，又$\vec{a}\,//\,(\vec{b}+\vec{c})$

$\therefore \dfrac{p}{-1}=\dfrac{1-p}{2}\Rightarrow 2p=-1+p\Rightarrow p=-1$，故選(D)

12.



設C、D、E三點在直線AB上的投影點分別為C'、D'、E'，則

(A) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AB}=\overline{AB}\times\overline{AB}\cos 0=\overline{AB}\times\overline{AB}$

(B) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\overline{AB}\times\overline{AC}\times\cos(\angle CAB)=\overline{AB}\times\overline{AC'}$

(C) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=\overline{AB}\times\overline{AD}\times\cos(\angle DAB)=\overline{AB}\times\overline{AD'}$

(D) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AE}=\overline{AB}\times\overline{AE}\times\cos(\angle EAB)=-\overline{AB}\times\overline{AE'}$

可得$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$最大，故選(B)

13. 解$\begin{cases}x-y+2=0\\2x+3y-1=0\end{cases}$可得交點為$(-1,1)$

代入$x+y+k=0$

可得$-1+1+k=0\Rightarrow k=0$，故選(C)

14. $\vec{a}$與$\vec{b}$的夾角為$155^\circ-35^\circ=120^\circ$

可得所求$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos 120^\circ=3\times 4\times(-\dfrac{1}{2})=-6$

故選(B)

15. 設O為原點，則$\overline{OP}=\sqrt{x^2+64}$

$\because \cos\theta=-\dfrac{1}{\sqrt{5}}$　$\therefore \dfrac{x}{\overline{OP}}=-\dfrac{1}{\sqrt{5}}$，$x<0$

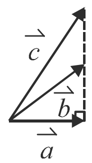
$\Rightarrow \dfrac{x}{\sqrt{x^2+64}}=-\dfrac{1}{\sqrt{5}}$，$x<0\overset{\text{平方}}{\Rightarrow}\dfrac{x^2}{x^2+64}=\dfrac{1}{5}$，$x<0$

$\Rightarrow x^2=16$，$x<0\Rightarrow x=\pm 4$ (正不合)，故選(D)

16. 原式$=\dfrac{-\tan\theta}{\tan\theta}+\dfrac{\sin\theta}{-\sin\theta}+\dfrac{-\sec\theta}{\sec\theta}=-3$，故選(A)

17. (A) 應為$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DA}=\vec{0}$

(B) 如右圖，$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot\vec{c}$，但$\vec{b}\neq\vec{c}$



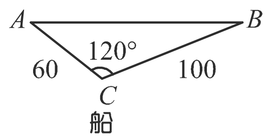
(C) 應為$0\le\theta\le\pi$

(D) 若$(\vec{a}+\vec{b})\perp(\vec{a}-\vec{b})$

$\Rightarrow(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}-\vec{b})=0\Rightarrow|\vec{a}|^2-|\vec{b}|^2=0$

$\Rightarrow|\vec{a}|^2=|\vec{b}|^2\Rightarrow|\vec{a}|=|\vec{b}|$，故(D)正確

18. 作圖如下



由餘弦定理可知

$\overline{AB}^2=60^2+100^2-2\times 60\times 100\cos 120^\circ=19600$

$\Rightarrow\overline{AB}=\sqrt{19600}=140$ (公尺)，故選(C)

19. (A) 週期$T_f=\dfrac{2\pi}{|-4|}=\dfrac{\pi}{2}$

(B) 週期$T_g=\dfrac{2\pi}{\frac{1}{2}}\times\dfrac{1}{2}=2\pi$

(C) 週期$T_h=\dfrac{\pi}{\pi}=1$

(D) 週期$T_k=\dfrac{2\pi}{2}=\pi$

$\therefore$週期最小為 1，故選(C)

20. $\cos 31^\circ=\cos(12^\circ+19^\circ)$

$=\cos 12^\circ\cos 19^\circ-\sin 12^\circ\sin 19^\circ$

$=\sqrt{1-a^2}\times b-a\times\sqrt{1-b^2}=b\sqrt{1-a^2}-a\sqrt{1-b^2}$

故選(A)

21. 由根與係數關係可知$\begin{cases}\tan\alpha+\tan\beta=1\\\tan\alpha\tan\beta=-3\end{cases}$

$\tan(\alpha+\beta)=\dfrac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}=\dfrac{1}{1-(-3)}=\dfrac{1}{4}$，故選(B)

22. $\angle C=180^\circ-45^\circ-75^\circ=60^\circ$

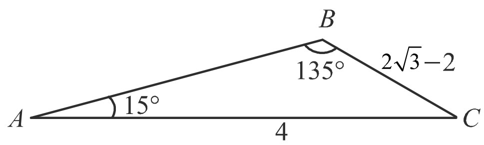
由正弦定理可知$\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\dfrac{\sin A}{\sin C}=\dfrac{\sin 45^\circ}{\sin 60^\circ}=\dfrac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

故選(A)

23. $(\sin x+\cos x)^2=(\dfrac{\sqrt{2}}{2})^2\Rightarrow 1+2\sin x\cos x=\dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow 1+\sin 2x=\dfrac{1}{2}\Rightarrow\sin 2x=-\dfrac{1}{2}$，故選(B)

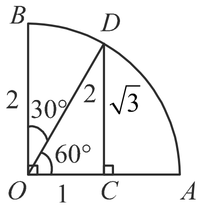
24. $\angle C=180^\circ-15^\circ-135^\circ=30^\circ$



ΔABC面積$=\dfrac{1}{2}\times 4\times(2\sqrt{3}-2)\sin 30^\circ=2\sqrt{3}-2$

故選(D)

25. 如右圖，直角ΔOCD中



$\because\overline{OC}=1$，$\overline{OD}=2$

$\therefore\overline{CD}=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$

且$\angle COD=60^\circ$

可知$\angle DOB=90^\circ-60^\circ=30^\circ=\dfrac{\pi}{6}$

所求$=$扇形BOD面積$+\Delta OCD$面積

$=\dfrac{1}{2}\times 2^2\times\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{1}{2}\times 1\times\sqrt{3}=\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，故選(D)