# 108 學年度四技二專第五次聯合模擬考試
# 共同科目　數學(B)卷　詳解

**數學(B)卷** 108-5-B

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| B | B | C | D | B | D | C | A | A | D | D | C | C | A | A | B | C | B | B | A | A | D | B | C | D |

1. 坡道的斜率$=\dfrac{高度}{水平長度}=\dfrac{0.8}{12}=\dfrac{1}{15}$，故選(B)

2. (A) ×：因$\angle A$、$\angle B$爲銳角且$\angle A<\angle B$
$\Rightarrow \sin A<\sin B$ (遞增函數)
(B) ○：因$\angle A$、$\angle B$爲銳角且$\angle A<\angle B$
$\Rightarrow \cos A>\cos B$ (遞減函數)
(C) ×：因$\angle A$、$\angle B$爲銳角且$\angle A<\angle B$
$\Rightarrow \tan A<\tan B$ (遞增函數)
(D) ×：因$\angle A<\angle B$，由大角對大邊原則$\Rightarrow \overline{BC}<\overline{AC}$
故選(B)

3. 設向量$\vec{a}$與$\vec{b}$的夾角爲$\theta$
由$\cos\theta=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}$
得$\cos\theta=\dfrac{(1,3)\cdot(-1,2)}{\sqrt{1^2+3^2}\times\sqrt{(-1)^2+2^2}}=\dfrac{-1+6}{\sqrt{10}\times\sqrt{5}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$
$\Rightarrow \theta=45^\circ$，即$\dfrac{\pi}{4}$，故選(C)

4. 因$\log 1000=3$，$\log\dfrac{1}{10}=-1$，$\log 100=2$
$\Rightarrow 3\log b-\log b+2=6\Rightarrow 2\log b=4$
$\Rightarrow \log b=2\Rightarrow b=10^2=100$，故選(D)

5. 設項數爲$n$，公比爲$r$
由題意得知，$a_n=7\times r^{n-1}=448\cdots\cdots$①
$S_n=\dfrac{7\times(1-r^n)}{1-r}=889\cdots\cdots$②
由①$\Rightarrow r^{n-1}=64\Rightarrow r^n=64r$
代入②$\Rightarrow \dfrac{7\times(1-64r)}{1-r}=889\Rightarrow \dfrac{1-64r}{1-r}=127$
$\Rightarrow 1-64r=127-127r\Rightarrow r=2$
代入①$\Rightarrow 2^{n-1}=64=2^6\Rightarrow n-1=6\Rightarrow n=7$
故選(B)

6. $x^3-2x^2+2x-4=x^2(x-2)+2(x-2)$
$=(x-2)(x^2+2)$，故選(D)

7. $\begin{vmatrix} b & 4a \\ 3d & 12c \end{vmatrix}=4\times\begin{vmatrix} b & a \\ 3d & 3c \end{vmatrix}=4\times3\times\begin{vmatrix} b & a \\ d & c \end{vmatrix}$
$=12\times(-1)\times\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=-36$，故選(C)

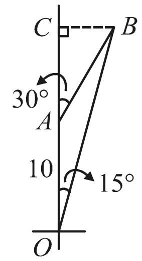
8. 將點$(2,1)$分別代入兩直線，可得$\begin{cases}2-1+2=3>0\\2+2-10=-6<0\end{cases}$
即點$(2,1)$在$\begin{cases}x-y+2>0\\x+2y-10<0\end{cases}$的區域內
(A) ○：$(3,0)$代入得$\begin{cases}3-0+2=5>0\\3+0-10=-7<0\end{cases}$
(B) ×：$(1,5)$代入得$\begin{cases}1-5+2=-2<0\\1+10-10=1>0\end{cases}$(不合)
(C) ×：$(10,2)$代入得$\begin{cases}10-2+2=10>0\\10+4-10=4>0\end{cases}$(不合)
(D) ×：$(-3,2)$代入得$\begin{cases}-3-2+2=-3<0\\-3+4-10=-9<0\end{cases}$(不合)
故選(A)

9. $(1+x)^n=C_0^n+C_1^nx+C_2^nx^2+C_3^nx^3+\cdots+C_n^nx^n$
第 5 項係數爲$C_4^n$，第 20 項係數爲$C_{19}^n$
由題意得知，$C_4^n=C_{19}^n\Rightarrow n=4+19=23$，故選(A)

10. 設$A$表示 3 次中至少出現 2 次正面的事件
$B$表示第 1 次出現正面的事件
$\Rightarrow A=\{$(正,正,正),(正,正,反),(正,反,正),(反,正,正)$\}$
$B=\{$(正,正,正),(正,正,反),(正,反,正),(正,反,反)$\}$
$\Rightarrow A\cap B=\{$(正,正,正),(正,正,反),(正,反,正)$\}$
$\Rightarrow n(B)=4$，$n(A\cap B)=3$
所求爲$P(A|B)=\dfrac{n(A\cap B)}{n(B)}=\dfrac{3}{4}$，故選(D)

11. $n(S)=6\times6=36$
(A) ×：點數和大於 10 有$(5,6)$、$(6,5)$、$(6,6)$共 3 種，所以機率爲$\dfrac{3}{36}=\dfrac{1}{12}$
(B) ×：點數和小於 5 有$(1,1)$、$(1,2)$、$(2,1)$、$(1,3)$、$(2,2)$、$(3,1)$共 6 種，所以機率爲$\dfrac{6}{36}=\dfrac{1}{6}$
(C) ×：點數和小於 3 有$(1,1)$共 1 種，則點數和不小於 3 共有$36-1=35$種，所以機率爲$\dfrac{35}{36}$
(D) ○：點數和爲奇數(即 3、5、7、9、11)共有$2+4+6+4+2=18$種，所以機率爲$\dfrac{18}{36}=\dfrac{1}{2}$
故選(D)

12. 由右圖所示
漁船與小島的最近距離爲$\overline{BC}$
因$\angle CAB=\angle AOB+\angle ABO$
$\Rightarrow 30^\circ=15^\circ+\angle ABO\Rightarrow \angle ABO=15^\circ$
$\Rightarrow \Delta AOB$爲等腰三角形，得$\overline{AB}=10$



在$\Delta ABC$中，$\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\sin 30^\circ$

$\Rightarrow \overline{BC}=\overline{AB}\sin 30^\circ=10\times\dfrac{1}{2}=5$，故選(C)

13. 由橢圓標準式$\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{16}=1$，可知$a=4$，$b=3$

即$\overline{OA}=4$，$\overline{OB}=3$

又四邊形$ABCD$的面積爲$\Delta OAB$面積的 4 倍

$\Rightarrow \Delta OAB$面積爲$\dfrac{1}{2}(3\times 4)=6$

$\Rightarrow$四邊形$ABCD$面積爲$4\times 6=24$

故選(C)

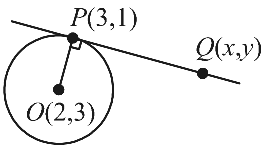
14. 圓$C$的圓心爲$O(-(\dfrac{-4}{2}),-(\dfrac{-6}{2}))=(2,3)$

設$Q(x,y)$爲切線上異於$P$的任一點

因$\overline{OP}\perp\overline{PQ}$，所以$m_{\overline{OP}}\times m_{\overline{PQ}}=-1$

$\Rightarrow \dfrac{1-3}{3-2}\times\dfrac{y-1}{x-3}=-1\Rightarrow\dfrac{y-1}{x-3}=\dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow x-3=2(y-1)$，化簡得$x-2y-1=0$，故選(A)




15. $\int_2^8 f(x)dx=\int_2^6 f(x)dx+[\int_4^8 f(x)dx-\int_4^6 f(x)dx]$

$=2+(5-3)=4$

$\Rightarrow\int_2^8 3f(x)dx=3\int_2^8 f(x)dx=3\times 4=12$，故選(A)

16. 由右圖所示

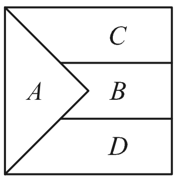
依鄰接區域數多寡，按$ABCD$順序

塗色，分別有 6、5、4、4 種塗法

依乘法原理

共有$6\times5\times4\times4=480$種

故選(B)




17. 依題意

$\Rightarrow\begin{cases}N\cdot a^3=200000\cdots\cdots ①\\ N\cdot a^{\frac{9}{2}}=1600000\cdots\cdots ②\end{cases}$

$\dfrac{②}{①}$得$\dfrac{N\cdot a^{\frac{9}{2}}}{N\cdot a^3}=\dfrac{1600000}{200000}\Rightarrow a^{\frac{3}{2}}=8$

$\Rightarrow a=8^{\frac{2}{3}}=2^2=4$，故選(C)

18. 由餘式定理得知$f(1)=3$，$f(-1)=1$

$\Rightarrow\begin{cases}f(1)=3-2+a+b=3\\ f(-1)=-3-2-a+b=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a+b=2\\ -a+b=6\end{cases}$

$\Rightarrow\begin{cases}a=-2\\ b=4\end{cases}\Rightarrow 2a+b=2\times(-2)+4=0$，故選(B)

19. $f'(x)=-3x^2+2ax+b$

因$f(x)$在$x=2$處有極大值 3

$\Rightarrow\begin{cases}f'(2)=0\\ f(2)=3\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-3\times 2^2+2a\times 2+b=0\\ -2^3+a\times 2^2+b\times 2-5=3\end{cases}$

$\Rightarrow\begin{cases}4a+b=12\\ 4a+2b=16\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=2\\ b=4\end{cases}\Rightarrow a+b=2+4=6$

故選(B)

20. $\Delta ABC$的高爲點$A$到直線$L$的距離，即$d(A,L)$

$d(A,L)=\dfrac{|4\times 2-3\times(-3)-2|}{\sqrt{4^2+(-3)^2}}=\dfrac{15}{5}=3$

$\Rightarrow\Delta ABC$面積$=\dfrac{1}{2}\times\overline{BC}\times d(A,L)$

$=\dfrac{1}{2}\times 4\times 3=6$，故選(A)

21. 將行列式依第三行降階展開得$\begin{vmatrix}1&6&-2\\5&-4&2\\4&5&7\end{vmatrix}$

$=(-2)\times\begin{vmatrix}5&-4\\4&5\end{vmatrix}+(-2)\times\begin{vmatrix}1&6\\4&5\end{vmatrix}+7\times\begin{vmatrix}1&6\\5&-4\end{vmatrix}$

$\Rightarrow a=-2$，$b=-2$，$c=7$

$\Rightarrow a+b+c=(-2)+(-2)+7=3$

故選(A)

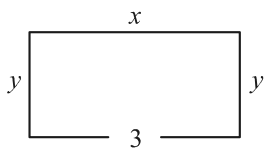
22. 設長爲$x$公尺，寬爲$y$公尺

依題意，$x+y+(x-3)+y=33\Rightarrow x+y=18$

又矩形面積爲$xy$

由算幾不等式：$\dfrac{x+y}{2}\geq\sqrt{xy}\Rightarrow 9\geq\sqrt{xy}\Rightarrow 81\geq xy$

即最大面積爲 81，故選(D)




23. 由根與係數關係得

$\begin{cases}\sin\theta+\cos\theta=-\dfrac{b}{a}=-\dfrac{4}{5}\\ \sin\theta\cos\theta=\dfrac{c}{a}=\dfrac{-k}{5}\end{cases}$

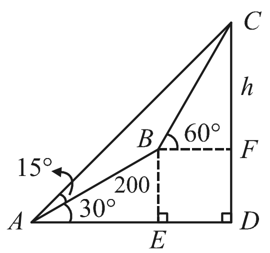
由$\sin\theta+\cos\theta=-\dfrac{4}{5}$兩邊平方得

$\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=\dfrac{16}{25}$

$\Rightarrow 1+2\times(\dfrac{-k}{5})=\dfrac{16}{25}\Rightarrow\dfrac{-2k}{5}=\dfrac{-9}{25}\Rightarrow k=\dfrac{9}{10}$

故選(B)

24. 如下圖所示



在 $\Delta ABE$ 中，$\overline{BE}=200\times\frac{1}{2}=100$

$\overline{AE}=200\times\frac{\sqrt{3}}{2}=100\sqrt{3}$

設 $\overline{CF}=h$，則山高 $\overline{CD}$ 爲 $h+100$

在 $\Delta BCF$ 中，$\overline{BF}=\frac{h}{\sqrt{3}}\Rightarrow\overline{DE}=\overline{BF}=\frac{h}{\sqrt{3}}$

在 $\Delta ACD$ 中，因 $\angle CAD=45°$

$\Rightarrow\Delta ACD$ 爲等腰直角三角形

由 $\overline{AD}=\overline{CD}\Rightarrow\overline{AE}+\overline{DE}=\overline{CF}+\overline{FD}$

$\Rightarrow 100\sqrt{3}+\frac{h}{\sqrt{3}}=h+100$

$\Rightarrow(1-\frac{1}{\sqrt{3}})h=100(\sqrt{3}-1)$

$\Rightarrow(1-\frac{\sqrt{3}}{3})h=100(\sqrt{3}-1)$

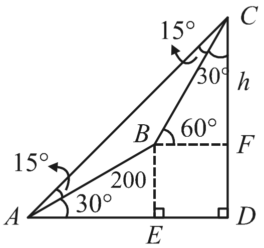
$\Rightarrow(3-\sqrt{3})h=300(\sqrt{3}-1)$

$\Rightarrow h=\frac{300(\sqrt{3}-1)}{3-\sqrt{3}}=100\sqrt{3}$

$\Rightarrow$ 山高 $\overline{CD}=100\sqrt{3}+100=100(\sqrt{3}+1)$

故選(C)

[另解]如下圖所示




在 $\Delta ABE$ 中，$\overline{BE}=\overline{AB}\sin 30°=200\times\frac{1}{2}=100=\overline{FD}$

$\because\angle ACB=\angle ACD-\angle BCF=45°-30°=15°$

$\therefore\Delta ABC$ 爲等腰 $\Delta\Rightarrow\overline{BC}=\overline{AB}=200$

在 $\Delta BCF$ 中，$\overline{CF}=\overline{BC}\sin 60°=200\times\frac{\sqrt{3}}{2}=100\sqrt{3}$

$\therefore$山高 $\overline{CD}=\overline{CF}+\overline{FD}=100\sqrt{3}+100=100(\sqrt{3}+1)$

故選(C)

25. (A) ×：設第六次小考成績爲 $x$

$\Rightarrow\frac{68+80+80+80+86+x}{6}=80\Rightarrow x=86$

(B) ×：將成績由小至大排列：68、80、80、80、86、86$\Rightarrow$ 全距 $=86-68=18$

(C) ×：$Q_1=80$，$Q_3=86\Rightarrow$ 四分位距 $=Q_3-Q_1=6$

(D) ○：

$\sigma=\sqrt{\frac{1}{6}[(68-80)^2+(80-80)^2+(80-80)^2+(80-80)^2+(86-80)^2+(86-80)^2]}$

$=\sqrt{\frac{1}{6}(144+36+36)}=\sqrt{36}=6$

故選(D)