108 學年度四技二專第四次聯合模擬考試
共同科目　數學(B)卷　詳解

數學(B)卷 108-4-B

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	D	C	A	C	B	A	B	C	B	B	A	A	B	C	A	D	D	B	D	C	A	C	B	D

1. $2\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}=2(3,-1)-(2,-5)=(6,-2)-(2,-5)$
$=(6-2,-2-(-5))=(4,3)$
$\therefore |2\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}|=\sqrt{4^2+3^2}=5$，故選(D)

2. (A) $\sin 148°=\sin(180°-32°)=\sin 32°<1$
(B) $\cos 212°=\cos(180°+32°)=-\cos 32°<0$
(C) $\tan 32°<\tan 45°=1$
(D) $\sec 328°=\sec(360°-32°)=\sec 32°>1$
又 $\tan 32°=\dfrac{對邊}{鄰邊}>\dfrac{對邊}{斜邊}=\sin 32°$
$\therefore \sec 32°>\tan 32°>\sin 32°>-\cos 32°$
即 sec328°為最大，故選(D)

3. $\because \sqrt{7+4\sqrt{3}}=\sqrt{7+2\sqrt{12}}=\sqrt{(\sqrt{4}+\sqrt{3})^2}=2+\sqrt{3}$
$\therefore a=3$ 且 $b=(2+\sqrt{3})-3=\sqrt{3}-1$
$\Rightarrow \dfrac{1}{a+b}+\dfrac{2}{b}=\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}+\dfrac{2}{\sqrt{3}-1}=2-\sqrt{3}+\sqrt{3}+1=3$
故選(C)

4. (1) 過(0 , 0)、(4 , 2)的直線方程式為 $y-2=\dfrac{2}{4}(x-4)$
即 $x-2y=0$
∵斜線區域在左半部　$\therefore x-2y\le 0$……①
(2) 過(0 , 5)、(4 , 2)的直線方程式為 $y-2=\dfrac{-3}{4}(x-4)$
即 $3x+4y=20$
∵斜線區域在左半部　$\therefore 3x+4y\le 20$……②
由①②知：$a=-2$，$b=3$，$c=4$
$\therefore a+b+c=5$，故選(A)

5. $\because (a,b)$ 在圖形上　$\therefore \log a=b$
(A) $\log 1=0$　∴(1 , 0)在圖形上
(B) $\log 10a=\log 10+\log a=1+b$
$\therefore (10a,b+1)$ 在圖形上
(C) $\log 2a=\log 2+\log a=\log 2+b\ne 2b$
$\therefore (2a,2b)$ 不在圖形上
(D) $\log a^2=2\cdot\log a=2b$　$\therefore (a^2,2b)$ 在圖形上
故選(C)

6. 由橢圓的方程式知：$a=5$、$b=4$
由橢圓的定義知：$\overline{PF}+\overline{PF'}=2a=10$
$\because \overline{PF}=3$　$\therefore \overline{PF'}=10-3=7$，故選(B)

7. ∵過 A 點且將 ΔABC 的面積平分
∴直線 L 必通過 $\overline{BC}$ 中點
$=(\dfrac{-4+2}{2},\dfrac{1+(-7)}{2})=(-1,-3)$
又斜率 $m_L=\dfrac{3-(-3)}{1-(-1)}=3$
∴直線 L 的方程式為 $y-3=3(x-1)\Rightarrow 3x-y=0$
故選(A)

8. $f(x)$ 的各項係數之和 $=f(1)=(1^3-5\times 1^2+4\times 1-1)^8$
$=(1-5+4-1)^8=(-1)^8=1$，故選(B)

9. 原式 $=\log_4\dfrac{28}{15}-\log_4(\dfrac{3}{14})^2+\log_4(\dfrac{6}{7})^3-\log_4\dfrac{2}{5}$
$=\log_4[\dfrac{28}{15}\div(\dfrac{3}{14})^2\times(\dfrac{6}{7})^3\div\dfrac{2}{5}]$
$=\log_4[\dfrac{28}{15}\times\dfrac{14}{3}\times\dfrac{14}{3}\times\dfrac{6}{7}\times\dfrac{6}{7}\times\dfrac{6}{7}\times\dfrac{5}{2}]$
$=\log_4 64=3$，故選(C)

10. ∵票選後選取最高票
∴這是統計上「眾數」之概念，故選(B)

11. $\because 1+2+3+4+5+6+7+8+9+5=50$
∴第 10 組的第 5 個數是第 50 個數
因正整數由 1 依序排列，則第 50 個數為 50
故選(B)

12. $\begin{vmatrix} a & b & c \\ 2d & 2e & 2f \\ 2g+3x & 2h+3y & 2k+3z \end{vmatrix}$
$=2\times\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ 2g+3x & 2h+3y & 2k+3z \end{vmatrix}$
$=2\times\left[\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ 2g & 2h & 2k \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ 3x & 3y & 3z \end{vmatrix}\right]$
$=2\times\left[2\times\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & k \end{vmatrix}+3\times\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ x & y & z \end{vmatrix}\right]$
$=2\times[2\times 3+3\times 5]=42$，故選(A)

13. $\overrightarrow{DF}=\overrightarrow{DO}+\overrightarrow{OF}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BA}$
$=(-\overrightarrow{BC})+(-\overrightarrow{AB})=-\overrightarrow{b}-\overrightarrow{a}=-\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}$
$\therefore p=-1$ 且 $q=-1\Rightarrow 2p-3q=1$，故選(A)

14. $\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{1}{2}\Rightarrow(\sin\theta+\cos\theta)^2=\dfrac{1}{4}$
$\Rightarrow \sin^2\theta+\cos^2\theta+2\sin\theta\cos\theta=\dfrac{1}{4}$

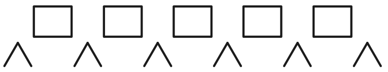
$\Rightarrow 1+\sin 2\theta=\dfrac{1}{4}\Rightarrow \sin 2\theta=\dfrac{-3}{4}$，故選(B)

15. 令 $f(x)=(x+2)^2Q(x)+3x-1$
由餘式定理知：$f(x)$ 除以 $x+2$ 之餘式爲 $f(-2)$
而 $f(-2)=(-2+2)^2Q(-2)-6-1=-7$
∴餘式爲 -7，故選(C)

16. 由根與係數關係知：$\begin{cases}\alpha+\beta=-2\\ \alpha\beta=-5\end{cases}$
而 $\dfrac{\beta}{\alpha}+\dfrac{\alpha}{\beta}=\dfrac{\beta^2+\alpha^2}{\alpha\beta}=\dfrac{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta}{\alpha\beta}$
$=\dfrac{(-2)^2-2\times(-5)}{-5}=\dfrac{4+10}{-5}=-\dfrac{14}{5}$，故選(A)

17. $\because 1<x<\dfrac{3}{2}$　$\therefore (x-1)(2x-3)<0$
$\Rightarrow 2x^2-5x+3<0$
與 $2x^2-ax+b<0$ 同義，可知：$\begin{cases}a=5\\ b=3\end{cases}$
將 $a=5$ 、 $b=3$ 代入 $bx^2+ax-12>0$
$\therefore 3x^2+5x-12>0\Rightarrow(3x-4)(x+3)>0$
$\Rightarrow x>\dfrac{4}{3}$ 或 $x<-3$，故選(D)

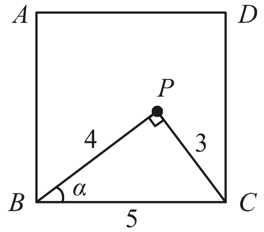
18. 從 6 雙大小款式皆不同的鞋子中先取 4 雙，再從這 4 雙鞋子中各取 1 隻鞋子，則這 4 隻鞋子均不成雙
即 $\dfrac{C^6_4\times(C^2_1C^2_1C^2_1C^2_1)}{C^{12}_4}=\dfrac{16}{33}$，故選(D)

19. 
∵裝設自動販賣機的 3 節車廂必須分開
∴從 6 個間隔中任取 3 個即可(如上圖)
$\Rightarrow C^6_3=\dfrac{6!}{3!\cdot 3!}=20$，故選(B)

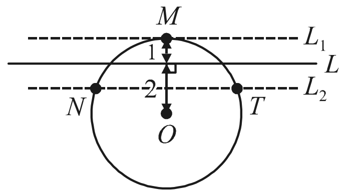
20. (1) ∵ X_1 的每個數據都相同　∴ $\sigma_1=0$
(2) ∵ X_3 的每個數據都是 X_2 的每個數據的 3 倍
$\Rightarrow \sigma_3=3\cdot\sigma_2\Rightarrow\sigma_3>\sigma_2$
(3) ∵ X_4 的每個數據都是 X_2 的每個數據加上 100
$\Rightarrow \sigma_4=\sigma_2$
由上可知：$\sigma_3>\sigma_2=\sigma_4>\sigma_1$，故選(D)

21. 由題意可知：$\begin{cases}80=10\times\log\dfrac{I_A}{I_0}\\ 60=10\times\log\dfrac{I_B}{I_0}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\log\dfrac{I_A}{I_0}=8\\ \log\dfrac{I_B}{I_0}=6\end{cases}$
$\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{I_A}{I_0}=10^8\Rightarrow I_A=10^8I_0=10^{-4}\\ \dfrac{I_B}{I_0}=10^6\Rightarrow I_B=10^6I_0=10^{-6}\end{cases}$
$\therefore \dfrac{I_A}{I_B}=\dfrac{10^{-4}}{10^{-6}}=100$，故選(C)

22. 令 $\angle PBC=\alpha$
在 ΔBCP 中
$\because \overline{BC}^2=\overline{PB}^2+\overline{PC}^2$　$\therefore \Delta BCP$ 爲直角 $\Delta\Rightarrow\sin\alpha=\dfrac{3}{5}$
而 $\cos(\angle ABP)=\cos(90^\circ-\alpha)=\sin\alpha=\dfrac{3}{5}$，故選(A)



23. $x^2+y^2-6x-8y+16=0\Rightarrow(x-3)^2+(y-4)^2=9$
∴圓心 $O(3,4)$，半徑爲 3
而圓心 O 到直線 L 的距離
$d(O,L)=\dfrac{|9+16-15|}{\sqrt{3^2+4^2}}=2$ (如下圖)
可作 L_1、L_2 均與 L 平行且與 L 的距離均是 1，分別與圓交於 M 、 N 、 T 三點
∴ M 、 N 、 T 均滿足，故選(C)



24. $s=\dfrac{3+5+7}{2}=\dfrac{15}{2}$
ΔABC 之面積 $=\sqrt{\dfrac{15}{2}\times\dfrac{9}{2}\times\dfrac{5}{2}\times\dfrac{1}{2}}=\dfrac{15\sqrt{3}}{4}$
而 ΔABC 的內切圓半徑 $=\dfrac{\Delta ABC\text{面積}}{s}$
$=\dfrac{\frac{15\sqrt{3}}{4}}{\frac{15}{2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，故選(B)

25. 第 2、3、4、5 場一定是其他 4 位先發投手上場
∴排法有 $4!=24$ 種
而第 7 場能上場的投手就是第 2 場或第 3 場的先發投手　∴有 2 種選擇
由乘法原理知，輪値表有 $24\times2=48$ 種排法，故選(D)