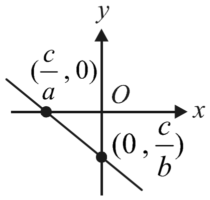
108 學年度四技二專第二次聯合模擬考試
共同科目　數學(B)卷　詳解

數學(B)卷 108-2-B

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	A	C	A	B	D	B	C	D	C	D	A	B	C	A	C	A	D	C	B	B	A	D	A	B

1. 直線通過 $(\frac{c}{a},0)$ 、 $(0,\frac{c}{b})$ 兩點，由下圖可知



$\frac{c}{a}<0$ 、 $\frac{c}{b}<0 \Rightarrow \dfrac{\frac{c}{a}}{\frac{c}{b}}=\frac{b}{a}>0$

$\therefore P(\frac{b}{a},\frac{c}{a})=(+,-)$ 在第四象限

故選(D)

2. $\because |2\vec{a}+\vec{b}|^2=4|\vec{a}|^2+4\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2$

$=4\times3^2+4\times(-3)+5^2=49$

$\therefore |2\vec{a}+\vec{b}|=7$ ，故選(A)

3.
```
 2  −13  +31  −20 |2
      4  −18  +26
 2   −9  +13 | +6 …d
      4  −10
 2   −5 | +3 …c
      4
 2 | −1 …b
 ⋮
 a
```

(A) $a+b=1$ ， $c+d=9$ ，知 $a+b\neq c+d$

(B) $b+c=2$ ， $ad=12$ ，知 $b+c\neq ad$

(C) $ac=6=d$

(D) $d-c=3$ ， $2a=4$ ，知 $d-c\neq 2a$

故選(C)

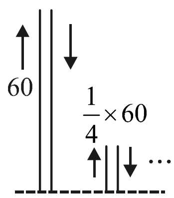
4. $(2^3)^{\frac{2}{3}-x}>(2^2)^{x^2} \Rightarrow 2^{2-3x}>2^{2x^2}$

$\because$ 底數 $2>1$ ， $f(x)=2^x$ 爲遞增函數

$\therefore 2-3x>2x^2 \Rightarrow 2x^2+3x-2<0 \Rightarrow (x+2)(2x-1)<0$

$\Rightarrow -2<x<\frac{1}{2}$ ，故選(A)

5. 總路徑 $=2\times(60+\frac{1}{4}\times60+\cdots)$ 爲無窮等比級數， $r=\frac{1}{4}$



$\therefore$ 總路徑 $=2\times\dfrac{60}{1-\frac{1}{4}}=2\times80$

$=160$ (公尺)，故選(B)

6. 令兩根爲 α 、 3α

$\because \begin{cases}\alpha+3\alpha=-8\\ \alpha\cdot3\alpha=3k\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\alpha=-2\\ k=4\end{cases}$ ，故選(D)

7. $\because$ 直線 L_1 與 L_2 互相平行

$\therefore \frac{9}{3}=\frac{-a}{-4}\neq\frac{-6}{8} \Rightarrow a=12$

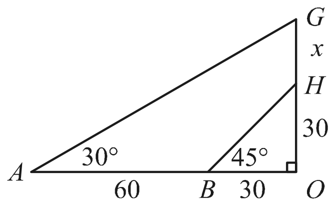
故 L_1 ： $9x-12y-6=0$ 即 $3x-4y-2=0$

L_2 ： $3x-4y+8=0$

$\Rightarrow$ 距離 $d=\dfrac{|-2-8|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=2$ ，故選(B)

8. 如下圖所示

令塔高 $\overline{GH}=x$ 公尺，樓高 $\overline{HO}=30$ 公尺



在 ΔAGO 中， $\dfrac{\overline{GO}}{\overline{AO}}=\tan30^\circ=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

$\therefore \dfrac{\overline{GH}+\overline{HO}}{\overline{AB}+\overline{BO}}=\dfrac{x+30}{60+30}=\dfrac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow x+30=\dfrac{90}{\sqrt{3}}=30\sqrt{3}$

$\Rightarrow x=30(\sqrt{3}-1)\fallingdotseq 30(1.732-1)=21.96$ (公尺)

故選(C)

9. $\because \log2=\log\frac{10}{5}=\log10-\log5=1-a$

$\therefore \log44=\log2^2\times11=2\log2+\log11$

$=2(1-a)+b=b-2a+2$ ，故選(D)

10. $\because \sum_{n=1}^{\infty}(-\frac{1}{3})^{n+1}=\frac{1}{9}-\frac{1}{27}+\frac{1}{81}-\cdots\cdots$

首項 $a_1=(\frac{-1}{3})^{1+1}=\frac{1}{9}$ ，公比 $r=-\frac{1}{3}$

$\therefore \sum_{n=1}^{\infty}(-\frac{1}{3})^{n+1}=\dfrac{a_1}{1-r}=\dfrac{\frac{1}{9}}{1-(-\frac{1}{3})}=\dfrac{\frac{1}{9}}{\frac{4}{3}}=\dfrac{1}{12}$ ，故選(C)

11. 利用餘式定理：令 $2x+1=0$ 　$\therefore x=\frac{-1}{2}$

餘式爲 $f(\frac{-1}{2})=2(\frac{-1}{2})^2+a(\frac{-1}{2})+1=4 \Rightarrow a=-5$

代入得 $f(x)=2x^2-5x+1$ ，又 $f(x)\div(2x-1)$ 的餘式

爲 $f(\frac{1}{2})=2(\frac{1}{2})^2-5(\frac{1}{2})+1=-1$ ，故選(D)

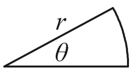
12. 過點 $(5,0)$，斜率爲 -2，利用點斜式： $y-0=-2(x-5)$

$\therefore 2x+y-10=0$ ，故選(A)

13. 原式 $=\begin{vmatrix} 1 & x+3 & 2 \\ -1 & 0+1 & 3 \\ 2 & y-1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & x & 2 \\ -1 & 0 & 3 \\ 2 & y & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix}$

$=16+[1+2+18-4-(-3)-(-3)]=39$，故選(B)

14. 設此扇形半徑為 r ，圓心角為 θ



則 $\begin{cases} a=r\theta \\ b=\dfrac{r^2\theta}{2} \end{cases}$，又 $a^2=b$

$\therefore (r\theta)^2=\dfrac{r^2\theta}{2}$　$\therefore \theta=\dfrac{1}{2}$，故選(C)

15. 令 $a_1=-10$ 、 $a_{18}=41$ ，則所求之數為 a_9

$\because a_{18}=a_1+17d$　$\therefore 41=-10+17d \Rightarrow d=3$

$\Rightarrow a_9=a_1+8d=-10+8\times 3=14$ ，故選(A)

16. $\because \overline{BC}$ 為最短邊

$\therefore \angle A$ 為最小內角(小邊對小角性質)

$\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\dfrac{2^2+(\sqrt{3}+1)^2-\sqrt{2}^2}{2\cdot 2\cdot(\sqrt{3}+1)}$

$=\dfrac{3+\sqrt{3}}{2(\sqrt{3}+1)}=\dfrac{\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)}{2(\sqrt{3}+1)}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow \angle A=30^\circ$，故選(C)

17. $\because$有兩個相等正實根

$\therefore \Delta=(4k)^2-4(1)(6-5k)=0 \Rightarrow 4k^2+5k-6=0$

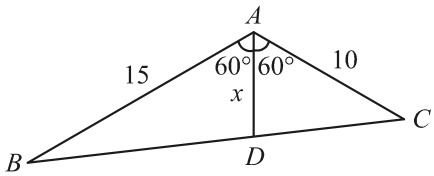
$k \quad +2$
$4k \quad -3$

$\Rightarrow (k+2)(4k-3)=0 \Rightarrow k=-2,\dfrac{3}{4}$

又兩根為正根 $\Rightarrow$ 兩根之和 $=-4k>0 \Rightarrow k<0$

$\therefore k=-2$ ，故選(A)

18.



設 $\overline{AD}=x$

$\because \Delta ABD$面積 $+\Delta ACD$面積 $=\Delta ABC$面積

$\therefore \dfrac{1}{2}\times 15\times x\times \sin 60^\circ+\dfrac{1}{2}\times 10\times x\times \sin 60^\circ$

$=\dfrac{1}{2}\times 15\times 10\times \sin 120^\circ$

$\Rightarrow 15x+10x=150 \Rightarrow x=6$ ，故選(D)

19. 原式 $=\dfrac{(a^{3x}+a^{-3x})}{(a^x+a^{-x})}\times\dfrac{a^x}{a^x}=\dfrac{a^{4x}+a^{-2x}}{a^{2x}+a^0}=\dfrac{(a^{2x})^2+(a^{2x})^{-1}}{a^{2x}+1}$

$=\dfrac{7^2+\dfrac{1}{7}}{7+1}=\dfrac{\dfrac{344}{7}}{8}=\dfrac{43}{7}$ ，故選(C)

20. $\overrightarrow{a}=(\log 2,-\sin 30^\circ)=(\log 2,-\dfrac{1}{2})$

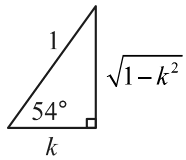
$\overrightarrow{b}=(\log\dfrac{2}{10},-\cos 60^\circ)=(\log 2-\log 10,-\dfrac{1}{2})$

$=(\log 2-1,-\dfrac{1}{2})$

$\Rightarrow \overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}=(\log 2-(\log 2-1),-\dfrac{1}{2}-(-\dfrac{1}{2}))=(1,0)$

故選(B)

21. $\sin 666^\circ=\sin 306^\circ=-\sin 54^\circ$



$=-\dfrac{\sqrt{1-k^2}}{1}=-\sqrt{1-k^2}$

故選(B)

22. $\because \dfrac{1}{5}<\dfrac{1}{2}<1$，底數 $\dfrac{1}{5}<1$　$\therefore \log_{\frac{1}{5}} x$ 為遞減函數

$\log_{\frac{1}{5}}\dfrac{1}{5}>\log_{\frac{1}{5}}\dfrac{1}{2}>\log_{\frac{1}{5}}1=0$

又 $\dfrac{1}{2}<1$ ，底數 $\sqrt{5}>1$　$\therefore \log_{\sqrt{5}} x$ 為遞增函數

$\log_{\sqrt{5}}\dfrac{1}{2}<\log_{\sqrt{5}}1=0$ ，故選(A)

23. $\sqrt{8+\sqrt{28}}=\sqrt{8+2\sqrt{7}}=\sqrt{7}+1=3+(\sqrt{7}-2)$

知 $a=\sqrt{7}-2$

$\therefore \dfrac{1}{a-1}+\dfrac{1}{a+5}=\dfrac{1}{\sqrt{7}-3}+\dfrac{1}{\sqrt{7}+3}=\dfrac{\sqrt{7}+3+\sqrt{7}-3}{(\sqrt{7}-3)(\sqrt{7}+3)}$

$=\dfrac{2\sqrt{7}}{7-9}=-\sqrt{7}$ ，故選(D)

24. $2\tan^2\theta+3\sec\theta=0$

$\Rightarrow 2(\sec^2\theta-1)+3\sec\theta=0$

$\Rightarrow 2\sec^2\theta+3\sec\theta-2=0$

$1 \quad +2$
$2 \quad -1$

$\Rightarrow (\sec\theta+2)(2\sec\theta-1)=0$

$\therefore \sec\theta=-2,\dfrac{1}{2}$ (不合) $\Rightarrow \cos\theta=\dfrac{1}{\sec\theta}=-\dfrac{1}{2}$

故選(A)

25. $(x-x^{-1})^2=\sqrt{2}^2$

$\Rightarrow x^2+x^{-2}-2=2 \Rightarrow x^2+x^{-2}=4$

$\therefore x^3-\dfrac{1}{x^3}=(x-\dfrac{1}{x})(x^2+x\cdot\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2})$

$=(\sqrt{2})(4+1)=5\sqrt{2}$ ，故選(B)