# 108 學年度四技二專第一次聯合模擬考試
# 共同科目　數學(B)卷　詳解

**數學(B)卷**　　108-1-B

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| B | C | B | A | A | A | C | A | A | D | D | C | C | C | B | C | B | B | D | D | B | C | A | D | D |

1. 若直線 $L$ 通過兩點 $A(2,1)$ 、 $B(-3,4)$

 則直線 $L$ 斜率為 $\dfrac{1-4}{2-(-3)}=\dfrac{-3}{5}$，故選(B)

2. 點 $(-2,1)$ 到直線 $L$：$3x-4y-5=0$ 的距離為

 $\dfrac{|3\cdot(-2)-4\cdot1-5|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=\dfrac{15}{5}=3$，故選(C)

3. 直線 $\overleftrightarrow{AB}$ 的斜率為 $\dfrac{5-k}{2-(-1)}=\dfrac{5-k}{3}$

 直線 $L$：$y=2x+4$ 的斜率為 2

 因為兩直線平行，所以斜率相等

 $\dfrac{5-k}{3}=2\Rightarrow 5-k=6\Rightarrow k=-1$，故選(B)

4. 直線 $L$：$3y=x\Rightarrow y=\dfrac{1}{3}x$，其斜率為 $\dfrac{1}{3}$

 假設與直線 $L$ 互相垂直的直線斜率為 $m$

 因為兩直線互相垂直，其斜率相乘等於 $-1$

 $\dfrac{1}{3}\times m=-1\Rightarrow m=-3$

 (A) $3x+y=4\Rightarrow$ 斜率為 $-\dfrac{3}{1}=-3$，符合

 (B) $3x-y=16\Rightarrow$ 斜率為 $-\dfrac{3}{-1}=3$，不符合

 (C) $x-3y=8\Rightarrow$ 斜率為 $-\dfrac{1}{-3}=\dfrac{1}{3}$，不符合

 (D) $x+3y=8\Rightarrow$ 斜率為 $-\dfrac{1}{3}$，不符合

 故選(A)

5. $\sin300°+\cos210°+\tan(-60°)$

 $=-\sin60°+(-\cos30°)+(-\tan60°)$

 $=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}+(-\dfrac{\sqrt{3}}{2})+(-\sqrt{3})=-2\sqrt{3}$，故選(A)

6. $\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{1}{3}$ 兩邊平方得

 $\sin^2\theta+\cos^2\theta+2\sin\theta\cos\theta=\dfrac{1}{9}$

 $\Rightarrow 1+2\sin\theta\cos\theta=\dfrac{1}{9}\Rightarrow\sin\theta\cos\theta=-\dfrac{4}{9}$

 又 $\tan\theta+\cot\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}+\dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}=\dfrac{\sin^2\theta+\cos^2\theta}{\sin\theta\cos\theta}$

 $=\dfrac{1}{\sin\theta\cos\theta}=\dfrac{1}{-\frac{4}{9}}=-\dfrac{9}{4}$，故選(A)

7. $|\tan\theta|=1\Rightarrow\tan\theta=1$ 或 $-1$

 因為 $120°\le\theta\le390°$，所以 $\theta$ 可以是 $135°$ 、$225°$、$315°$，共 3 個，故選(C)

8. $\sin431°=\sin(360°+71°)=\sin71°$

 $\sin265°=\sin(180°+85°)=-\sin85°<0$

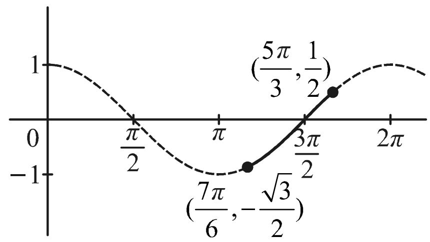
 $\cos18°=\cos(90°-72°)=\sin72°$

 $\Rightarrow\sin73°>\sin72°>\sin71°>0>-\sin85°$

 $\Rightarrow\sin73°>\cos18°>\sin431°>0>\sin265°$，故選(A)

9. $\dfrac{7\pi}{6}\le\theta\le\dfrac{5\pi}{3}\Rightarrow-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\le\cos\theta\le\dfrac{1}{2}$

 則 $\cos\theta$ 之最小值為 $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，故選(A)




10. $(2\vec{a}+\vec{b})=2(2,3)+(-1,1)=(4,6)+(-1,1)=(3,7)$

 若 $(2\vec{a}+\vec{b})$ 與 $\vec{c}$ 平行，則 $(3,7)$ 與 $(-6,k)$ 成比例

 $\Rightarrow\dfrac{3}{-6}=\dfrac{7}{k}\Rightarrow 3k=-42\Rightarrow k=-14$，故選(D)

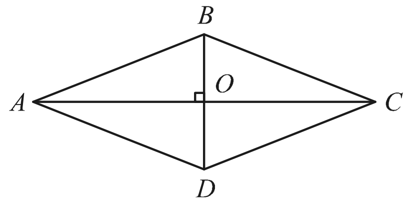
11. (A) $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}=-\overrightarrow{CD}\Rightarrow\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\vec{0}$

 (B) $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BD}$

 (C) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DB}\perp\overrightarrow{AC}$

 (D) $\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{DO}=\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{AB}\ne\overrightarrow{AD}$

 故選(D)




12. $\overrightarrow{AB}=(1-2,3-1)=(-1,2)$

 $\overrightarrow{AC}=(a-2,b-1)$

 因 $3\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AC}\Rightarrow 3(-1,2)=(a-2,b-1)$

 $\Rightarrow\begin{cases}a-2=-3\Rightarrow a=-1\\ b-1=6\Rightarrow b=7\end{cases}\Rightarrow a+b=-1+7=6$，故選(C)

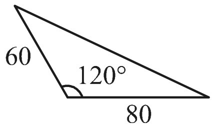
13. 設 $\overrightarrow{OA}$ 與 $\overrightarrow{OB}$ 的夾角為 $\theta$ ( $0°\le\theta\le180°$ )

 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=|\overrightarrow{OA}||\overrightarrow{OB}|\cos\theta=4\times6\times\cos\theta=24\cos\theta$，因

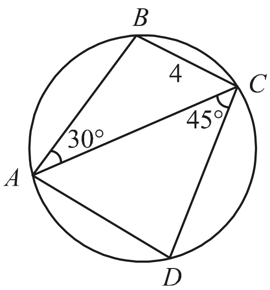
爲$\theta$越小，$\cos\theta$之值越大，所以 6 點 30 分時之$\theta$爲各選項中最小，其$\cos\theta$之值最大，即$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$之值最大，故選(C)

14. $\overrightarrow{AB}=(2-(-4),-2-(-2))=(6,0)$
$\overrightarrow{AC}=(a-(-4),b-(-2))=(a+4,b+2)$
$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=(6,0)\cdot(a+4,b+2)=6a+24$
又$0\le a\le 3\Rightarrow 0\le 6a\le 18\Rightarrow 24\le 6a+24\le 42$
故$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$之最大值爲 42，故選(C)

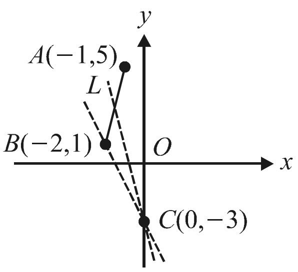
15. 農地的面積爲
$\frac{1}{2}\times 60\times 80\times\sin 120^\circ=2400\times\frac{\sqrt{3}}{2}=1200\sqrt{3}$ 平方公尺
故選(B)




16. 設此圓之半徑爲$R$，利用正弦定理
$\frac{\overline{AD}}{\sin 45^\circ}=2R=\frac{\overline{BC}}{\sin 30^\circ}\Rightarrow\overline{AD}\sin 30^\circ=\overline{BC}\sin 45^\circ$
$\Rightarrow\overline{AD}\times\frac{1}{2}=4\times\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow\overline{AD}=4\sqrt{2}$，故選(C)



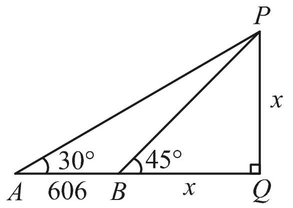

17. 已知直線$L$：$y=mx-3$通過點$C(0,-3)$且斜率爲$m$，若$\overline{AB}$線段與$L$相交，如下圖所示
則$m$之最大值爲$\overline{BC}$的斜率$=\frac{1-(-3)}{-2-0}=\frac{4}{-2}=-2$
故選(B)




18. 直線$L$：$2x+3y=6k\Rightarrow\frac{x}{3k}+\frac{y}{2k}=1$
$L$與$x$軸相交於點$(3k,0)$，與$y$軸相交於點$(0,2k)$
$L$與兩坐標軸所包圍三角形之面積爲
$\frac{1}{2}\times|3k\times 2k|=3k^2=27\Rightarrow k=3$或$-3$
又因爲$L$不通過第一象限，所以$k=-3$，故選(B)

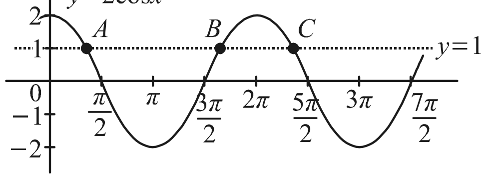
19. 設燈塔的坐標爲$A(-3,1)$，墓碑的坐標爲$B(3,-8)$，寶藏的坐標爲$C(a,b)$，由題意可知$C$點在線段$\overline{AB}$上且$\overline{AC}:\overline{BC}=2:1$，利用分點公式：
$a=\frac{2\times 3+1\times(-3)}{2+1}=1$，$b=\frac{2\times(-8)+1\times 1}{2+1}=-5$
$\Rightarrow a+b=1+(-5)=-4$，故選(D)

20. 如下圖所示，假設哈里發塔的高度$\overline{PQ}$爲$x$
高樓的頂端爲$P$點，由題意可知
$\angle A=30^\circ$、$\angle PBQ=45^\circ$且$\overline{AB}=606$
在三角形$\Delta APQ$中
$\frac{\overline{AQ}}{\overline{PQ}}=\frac{606+x}{x}=\frac{\sqrt{3}}{1}\Rightarrow 606+x=\sqrt{3}x$
$\Rightarrow(\sqrt{3}-1)x=606$
$\Rightarrow x=\frac{606}{\sqrt{3}-1}=\frac{606(\sqrt{3}+1)}{2}=303(\sqrt{3}+1)$，故選(D)




21. 因爲$0\le\alpha\le\frac{\pi}{2}$且$\cos\alpha=\frac{3}{5}$
所以$\sin\alpha=\sqrt{1-\cos^2\alpha}=\frac{4}{5}$
因爲$\frac{\pi}{2}\le\beta\le\pi$且$\sin\beta=\frac{5}{13}$
所以$\cos\beta=-\sqrt{1-\sin^2\beta}=-\frac{12}{13}$
利用公式$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$得
$\sin(\alpha+\beta)=\frac{4}{5}\times(-\frac{12}{13})+\frac{3}{5}\times\frac{5}{13}=\frac{-48+15}{65}=\frac{-33}{65}$
故選(B)

22. 如下圖所示，在$0\le x\le\frac{7}{2}\pi$的範圍內，圖形$y=2\cos x$與$y=1$相交於$A$、$B$、$C$三點，故選(C)




23. $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos 120^\circ=3\times 8\times\frac{-1}{2}=-12$
$|2\vec{a}+\vec{b}|^2=4|\vec{a}|^2+4\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2$
$=4\cdot 3^2+4\cdot(-12)+8^2=36-48+64=52$
故$|2\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{52}=2\sqrt{13}$，故選(A)

24. 如下圖所示，假設小明家裡的位置爲$A$點，早餐店的位置爲$B$點，學校的位置爲$C$點，家裡與學校的直線

距離爲 $\overline{AC}$ ，由題意可知

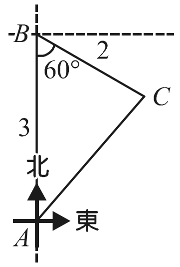
$\overline{BA}=3$ 、 $\overline{BC}=2$ 、 $\angle ABC=60^\circ$

利用餘弦定理

$\overline{AC}^2=\overline{BA}^2+\overline{BC}^2-2\overline{BA}\cdot\overline{BC}\cos\angle ABC$

$=3^2+2^2-2\times3\times2\cos60^\circ=13-6=7$

故 $\overline{AC}=\sqrt{7}$ ，故選(D)




25. 如下圖所示

假設 $\angle CAD=\angle DAB=\theta$

在 $\Delta ABD$ 中， $\tan\theta=\dfrac{\overline{BD}}{\overline{AB}}=\dfrac{4}{12}=\dfrac{1}{3}$

在 $\Delta ABC$ 中

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\tan2\theta=\frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}=\frac{2\times\frac{1}{3}}{1-(\frac{1}{3})^2}=\frac{\frac{2}{3}}{\frac{8}{9}}=\frac{2}{3}\times\frac{9}{8}=\frac{3}{4}$$

$\Rightarrow\overline{BC}=\overline{AB}\times\dfrac{3}{4}=12\times\dfrac{3}{4}=9$

故 $\overline{CD}=\overline{BC}-\overline{BD}=9-4=5$ ，故選(D)