107 學年度四技二專第五次聯合模擬考試
共同科目　數學(B)卷　詳解

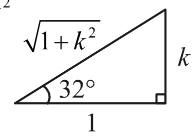
數學(B)卷　　107-5-B

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	D	A	B	D	C	A	B	A	D	B	A	C	B	C	C	D	A	B	D	D	C	A	B	A

1. 直線 L_1 的斜率 $m_1=-\frac{3}{-2}=\frac{3}{2}$，直線 L_2 的斜率 $m_2=-\frac{4}{b}$；又 $L_1\perp L_2\Rightarrow m_1\times m_2=-1\Rightarrow\frac{3}{2}\times(-\frac{4}{b})=-1$ $\Rightarrow b=6$，故選(C)

2. 將 $\sin\theta+\cos\theta=\frac{4}{3}$ 左右平方得
$\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=\frac{16}{9}$
$\Rightarrow 1+2\sin\theta\cos\theta=\frac{16}{9}$
$\Rightarrow 2\sin\theta\cos\theta=\frac{7}{9}\Rightarrow\sin\theta\cos\theta=\frac{7}{18}$
故 $\frac{1}{\sin\theta}+\frac{1}{\cos\theta}\overset{通分}{=\!=}\frac{\sin\theta+\cos\theta}{\sin\theta\cos\theta}=\frac{\frac{4}{3}}{\frac{7}{18}}=\frac{24}{7}$
故選(D)

3. 由 $\tan 32^\circ=k$ 畫出一個直角三角形如下圖所示
由這個圖形可以得到 $\sin 32^\circ=\frac{k}{\sqrt{1+k^2}}$
則 $\cos 238^\circ=\cos(270^\circ-32^\circ)$
$=-\sin 32^\circ=\frac{-k}{\sqrt{1+k^2}}$，故選(A)



4. $2\sin 120^\circ+4\cos(-30^\circ)+3\tan 240^\circ$
$=2\sin(180^\circ-60^\circ)+4\cos 30^\circ+3\tan(180^\circ+60^\circ)$
$=2\sin 60^\circ+4\cos 30^\circ+3\tan 60^\circ$
$=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}+4\times\frac{\sqrt{3}}{2}+3\times\sqrt{3}=6\sqrt{3}$，故選(B)

5. $\vec{a}\perp\vec{b}\Rightarrow\vec{a}\cdot\vec{b}=0\Rightarrow 3\times k+6\times(-2)=0\Rightarrow k=4$
故選(D)

6. $2^{10-x}<(2^{-3})^{x+1}=2^{-3x-3}$，又底數 $2>1$
故 $10-x<-3x-3\Rightarrow 2x<-13\Rightarrow x<\frac{-13}{2}=-6.5$
故 x 之最大整數解為 -7，故選(C)

7. $\log[(x-2)(x+1)]=1=\log 10$
$x^2-x-2=10\Rightarrow x^2-x-12=0$
$(x-4)(x+3)=0\Rightarrow x=4$ 或 -3 (不合，使真數 <0)
則 $\log_2(x+4)=\log_2(4+4)=\log_2 8=3$，故選(A)

8. $S_{49}=\frac{49(a_1+a_{49})}{2}=49a_{25}=49\times 35=1715$，故選(B)

9. $f(x)$ 為零次多項式 $\Rightarrow\begin{cases}a-3=0\\b+2=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=3\\b=-2\end{cases}$
故 $3a+2b=3\times 3+2\times(-2)=5$，故選(A)

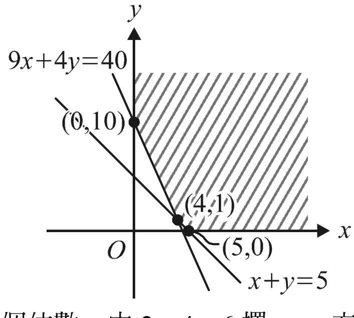
10. 由餘式定理知 $p(1)=2$，$q(1)=-2$，再由餘式定理得到所求之餘式為
$3\times 1^2\times p(1)+1\times q(1)=3\times 2+1\times(-2)=4$，故選(D)

11. 由根與係數關係得 $\begin{cases}\alpha+\beta=\frac{-3}{1}=-3\\\alpha\times\beta=\frac{-5}{1}=-5\end{cases}$
$\Rightarrow\begin{cases}(\alpha+\beta)+(\alpha\times\beta)=-8\\(\alpha+\beta)\times(\alpha\times\beta)=15\end{cases}$
則以 $\alpha+\beta$ 、 $\alpha\times\beta$ 為兩根的新方程式為
$x^2-(-8)x+15=0\Rightarrow x^2+8x+15=0$
故 $b+c=8+15=23$，故選(B)

12. $\begin{vmatrix}1&a&d+2x\\1&b&e+2y\\1&c&f+2z\end{vmatrix}=32\Rightarrow\begin{vmatrix}1&a&d\\1&b&e\\1&c&f\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}1&a&2x\\1&b&2y\\1&c&2z\end{vmatrix}=32$
$\Rightarrow 2+2\begin{vmatrix}1&a&x\\1&b&y\\1&c&z\end{vmatrix}=32\Rightarrow\begin{vmatrix}1&a&x\\1&b&y\\1&c&z\end{vmatrix}=15$，故選(A)

13. 由柯西不等式得
$(2^2+1^1)[(2x)^2+y^2]\ge(2\times 2x+1\times y)^2$
$\Rightarrow 5(4x^2+y^2)\ge(4x+y)^2\Rightarrow 5(4x^2+y^2)\ge 15^2=225$
$\Rightarrow 4x^2+y^2\ge 45$，即最小值為 45，故選(C)

14. 圖解如下，將各頂點代入目標函數 $f(x,y)$ 得 $f(5,0)=35$，$f(4,1)=32$，$f(0,10)=40$，即最小值為 32，故選(B)



15. 個位數：由 2，4，6 擇一 $\Rightarrow$ 方法 3 種
十位數及百位數：扣除個位數 1 個數字後，所剩 6 個數字選 2 個排一列 $\Rightarrow P_2^6$
故所求 $=P_2^6\times 3=6\times 5\times 3=90$，故選(C)

16. x^5y^2 項係數爲 $C_5^7\times 2^5\times(-1)^2=\dfrac{7\times 6}{2}\times 32=672$

故選(C)

17. 依題意，所求即在黑桃 13 張中選 2 張的條件下，求黑桃英文字母 4 張選 2 張的機率

$P(\text{英文字母}|\text{黑桃})=\dfrac{P(\text{英文字母}\cap\text{黑桃})}{P(\text{黑桃})}$

$\Rightarrow\dfrac{C_2^4}{C_2^{13}}=\dfrac{\frac{4\times 3}{2}}{\frac{13\times 12}{2}}=\dfrac{1}{13}$，故選(D)

18. $1000\times\dfrac{6}{6^2}+(-p)\times(1-\dfrac{6}{6^2})=100\Rightarrow\dfrac{1000-5p}{6}=100$

$\Rightarrow 1000-5p=600\Rightarrow 5p=400\Rightarrow p=80$，故選(A)

19. $\dfrac{1000-25}{1000}\times 100=97.5$，小數點需無條件捨去，故百分等級爲 97，故選(B)

20. 使用負角公式得 $\cos 55^\circ\cos 25^\circ=k-\sin 55^\circ\sin 25^\circ$

再利用和差角公式得

$k=\cos 55^\circ\cos 25^\circ+\sin 55^\circ\sin 25^\circ=\cos(55^\circ-25^\circ)$

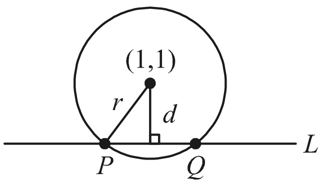
$=\cos 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，故選(D)

21. $\angle A=180^\circ-75^\circ-60^\circ=45^\circ$，由正弦定理得

$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{c}{\sin C}\Rightarrow\dfrac{12}{\frac{1}{\sqrt{2}}}=\dfrac{\overline{AB}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}\Rightarrow\overline{AB}=12\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{6}$

故選(D)

22. 如下圖所示



圓心 $(1,1)$，半徑 $r=\sqrt{25}=5$

又圓心到直線 L 的距離 $d=\dfrac{|4\times 1+3\times 1+13|}{\sqrt{4^2+3^2}}=4$

故 $\overline{PQ}=2\sqrt{r^2-d^2}=2\sqrt{5^2-4^2}=2\times 3=6$，故選(C)

23. 中心爲 $(\dfrac{-3+7}{2},\dfrac{2+2}{2})=(2,2)$，且貫軸平行 x 軸

$2c=\sqrt{(-3-7)^2+(2-2)^2}=10\Rightarrow c=5$。又 $2a=8$

$\Rightarrow a=4\Rightarrow a^2=16$，則 $b^2=c^2-a^2=25-16=9$

得雙曲線方程式爲 $\dfrac{(x-2)^2}{16}-\dfrac{(y-2)^2}{9}=1$，故選(A)

24. $\lim\limits_{x\to -2}f(x)=\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^2-4}{x+2}=\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{(x+2)(x-2)}{x+2}$

$=\lim\limits_{x\to -2}(x-2)=-4$，又 $f(x)$ 在 $x=-2$ 連續

所以 $f(-2)=\lim\limits_{x\to -2}f(x)\Rightarrow A=-4$，故選(B)

25. $\begin{cases}\int_a^b[mf(x)-ng(x)]dx=15\\ \int_a^b[mf(x)+nh(x)]dx=30\end{cases}$

$\Rightarrow\begin{cases}m\int_a^b f(x)dx-n\int_a^b g(x)dx=15\\ m\int_a^b f(x)dx+n\int_a^b h(x)dx=30\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}6m-3n=15\\ 6m+2n=30\end{cases}$

$\Rightarrow\begin{cases}2m-n=5\\ 3m+n=15\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}m=4\\ n=3\end{cases}$，則 $m+n=7$，故選(A)