

## 107 學年度四技二專第四次聯合模擬考試 共同科目 數學(B)卷 詳解

數學(B)卷

107-4-B

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	B	C	D	C	B	D	A	B	B	C	A	A	C	D	A	B	A	D	B	B	D	C	A	C

1. 直線  $ax+by+c=0$  之斜率  $m = -\frac{a}{b}$

(A)  $\times$  :  $m = -\frac{2}{3}$

(B)  $\times$  :  $m = -\frac{3}{2}$

(C)  $\times$  :  $m = \frac{3}{2}$

(D)  $\circ$  :  $m = \frac{2}{3}$

故選(D)

2.  $\overline{PQ}$  中點為  $(\frac{-2+2}{2}, \frac{3+1}{2}) = (0, 2)$

$$m_{\overline{PQ}} = \frac{1-3}{2-(-2)} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$$

又  $L \perp \overline{PQ}$

$$m_L \times m_{\overline{PQ}} = -1 \Rightarrow m_L = 2$$

利用點斜式

$$y-2 = 2(x-0) \Rightarrow 2x-y+2=0$$

即  $k=2$ ，故選(B)

3. (A)  $\times$  : 因  $-1 \leq \sin x \leq 1$ ，不合

(B)  $\times$  : 因  $-1 \leq \cos x \leq 1$ ，不合

(C)  $\circ$  : 為將  $y = \sin x$  振幅 2 倍所得函數圖形

(D)  $\times$  : 當  $x=0$  時， $2\cos 0 = 2 \neq 0$ ，不合

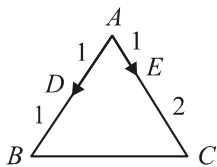
故選(C)

4. 因  $D$  為  $\overline{AB}$  的中點  $\Rightarrow \overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

因  $E$  在  $\overline{AC}$  上且  $\overline{AE} : \overline{EC} = 1 : 2 \Rightarrow \overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AE} = (\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}) \cdot (\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}) = \frac{1}{6}(\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC})$$

$$= \frac{1}{6} \times 60 = 10, \text{ 故選(D)}$$



5.  $[(\frac{3}{4})^3]^2 \times [(\frac{4}{3})^2]^2 = (\frac{3}{4})^6 \times (\frac{4}{3})^4$

$$= (\frac{3}{4})^2 \times (\frac{3}{4})^4 \times (\frac{4}{3})^4 = (\frac{3}{4})^2 (\frac{3}{4} \times \frac{4}{3})^4 = (\frac{3}{4})^2 = \frac{9}{16}$$

故選(C)

6. 依題意， $a_9 = a_1 r^8 = 16a_1 \Rightarrow r^8 = 16 = 2^4 \Rightarrow r = 2^{\frac{1}{2}}$

$$\text{又 } a_7 = a_1 r^6, a_3 = a_1 r^2 \Rightarrow \frac{a_7}{a_3} = \frac{a_1 r^6}{a_1 r^2} = r^4 = (2^{\frac{1}{2}})^4 = 4$$

故選(B)

7. 依題意，由除法原理

$$\begin{cases} f(x) = (x+2)(x-1)Q_1(x) + ax + b \dots\dots ① \\ f(x) = (x+2)Q_2(x) + 3 \dots\dots ② \end{cases}$$

令  $x = -2$  代入 ①②  $\Rightarrow -2a + b = 3$ ，故選(D)

$$8. \begin{matrix} (-1) \rightarrow & \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & x & -3 \\ 1 & x^2 & -9 \end{vmatrix} & = & \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & x-1 & -4 \\ 0 & x^2-1 & 8 \end{vmatrix} \\ (-1) \rightarrow & & & & \end{matrix}$$

$$= \begin{vmatrix} x-1 & -4 \\ x^2-1 & 8 \end{vmatrix} = 4(x-1) \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ x+1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$x-1 \quad 4$$

$$= 4(x-1)(x+3) = 0, \therefore x = 1 \text{ 或 } -3$$

[另解] 利用  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)$

$$\Rightarrow (1-x)(x+3)(-3-1) = 0$$

$$\Rightarrow (x-1)(x+3) = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ 或 } -3$$

$\Rightarrow$  所有解的和為  $-2$ ，故選(A)

9. 斜線區域在直線  $x-y-3=0$  之左側且含直線

$$\Rightarrow x-y-3 \leq 0$$

斜線區域在直線  $2x+3y+6=0$  之右側且含直線

$$\Rightarrow 2x+3y+6 \geq 0$$

斜線區域在直線  $y=0$  之下方且含直線  $\Rightarrow y \leq 0$

故選(B)

10.  $\frac{6!}{2!2!2!} - \frac{5!}{2!2!} = 90 - 30 = 60$ ，故選(B)  
任意排 0 排首

11. 將休假以  $\circ$  表示，上班以  $\times$  表示

原題轉為求  $\circ \circ$  分別排入  $\times \times \times \times \times$  間隔中的方法數  
共有  $C_2^6 = 15$  種方法

[另解]  $C_2^7 - 6 = 15$

七天任 會相連  
選兩天 的情形

即有 15 種休假方式，故選(C)

12.  $\frac{C_2^2}{C_2^5} \times 90 + \frac{C_1^2 \times C_1^3}{C_2^5} \times (-20) + \frac{C_2^3}{C_2^5} \times 30$   
 2紅 1紅1黑 2黑  
 $= \frac{1}{10} \times 90 + \frac{6}{10} \times (-20) + \frac{3}{10} \times 30 = \frac{60}{10} = 6$ ，故選(A)

13. 利用圓心到切線的距離等於半徑來加以判斷  
 依題意，圓心  $O(3, 4)$ ，半徑  $r = 5$

(A)  $\frac{|3 \times 3 + 4 \times 4|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{25}{5} = 5 = r$

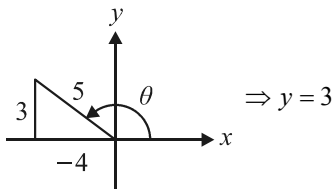
(B)  $\frac{|3 \times 3 + 4 \times 4 - 5|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{20}{5} = 4$

(C)  $\frac{|4 \times 3 + 3 \times 4|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{24}{5}$

(D)  $\frac{|4 \times 3 + 3 \times 4 - 5|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{19}{5}$

故選(A)

14. 依題意， $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ ， $\cos \theta = \frac{-4}{5} = \frac{x}{r}$   
 取  $r = 5$ ， $x = -4$ ，作圖如下



$\Rightarrow \cot \theta + \csc \theta = \frac{x}{y} + \frac{r}{y} = \frac{-4}{3} + \frac{5}{3} = \frac{1}{3}$ ，故選(C)

15. 依題意， $x^3 + 4x^2 + 5x + k = f(x) \cdot (x+2) + (2x-1)$   
 $\Rightarrow x^3 + 4x^2 + 3x + (k+1) = f(x) \cdot (x+2)$   
 $x = -2$  代入得  $-8 + 16 - 6 + (k+1) = 0 \Rightarrow k = -3$   
 故選(D)

16. 由根與係數的關係， $\alpha + \beta = -\frac{k}{2}$ ， $\alpha\beta = \frac{-4}{2} = -2$

由  $|\alpha - \beta| = 3$ ，兩邊平方得  $(\alpha - \beta)^2 = 9$

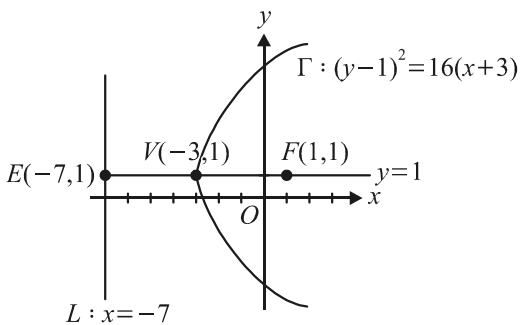
又  $(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$

$\Rightarrow 9 = \frac{k^2}{4} - 4(-2) \Rightarrow \frac{k^2}{4} = 1 \Rightarrow k^2 = 4$

$\Rightarrow k = \pm 2$  (負不合)，故選(A)

17. 對稱軸  $y = 1$  與準線的交點為  $E(-7, 1)$

又頂點  $V$  為  $\overline{EF}$  的中點  $\Rightarrow V(-3, 1)$



開口向右，得  $c = 4$

$\Rightarrow$  所求方程式為  $(y-1)^2 = 16(x+3)$

點  $(1, -7)$  代入得  $(-7-1)^2 = 16(1+3) = 64$  成立

故選(D)

18. 因  $(a, b)$  在函數  $y = \log_2 x$  圖形上

$\Rightarrow b = \log_2 a$  即  $a = 2^b$

(A)  $\circ$  :  $\log_2 2a = \log_2 2 + \log_2 a = 1 + b$

$\Rightarrow (2a, 1+b)$  在  $y = \log_2 x$  圖形上

(B)  $\times$  :  $\log_2 10a = \log_2 10 + \log_2 a = (\log_2 10) + b \neq 2b$

(C)  $\times$  :  $\log_2 \frac{1}{a} = -\log_2 a = -b \neq \frac{1}{b}$

(D)  $\times$  :  $\log_2 0$  無意義，故  $\log_2 0 \neq 1$

故選(A)

19. 一般項為  $C_r^6 (2x)^{6-r} \left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^r = C_r^6 (2x)^{6-r} (x^{-\frac{1}{2}})^r$

$= C_r^6 2^{6-r} x^{6-r-\frac{r}{2}} = C_r^6 2^{6-r} x^{6-\frac{3}{2}r}$

(A)  $\times$  : 當  $6 - \frac{3}{2}r = 0 \Rightarrow r = 4 \Rightarrow C_4^6 2^{6-4} = 15 \times 4 = 60$

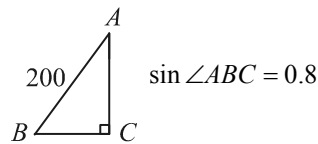
(B)  $\times$  : 當  $6 - \frac{3}{2}r = 3 \Rightarrow r = 2 \Rightarrow C_2^6 2^{6-2} = 15 \times 16 = 240$

(C)  $\times$  : 當  $6 - \frac{3}{2}r = 6 \Rightarrow r = 0 \Rightarrow C_0^6 2^{6-0} = 64$

(D)  $\circ$  : 當  $6 - \frac{3}{2}r = -3 \Rightarrow r = 6 \Rightarrow C_6^6 2^{6-6} = 1$

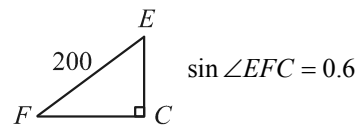
故選(D)

20.  $\triangle ABC$  中， $\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \sin \angle ABC$



$\Rightarrow \overline{AC} = \overline{AB} \sin \angle ABC = 200 \times 0.8 = 160$

$\triangle EFC$  中， $\frac{\overline{EC}}{\overline{EF}} = \sin \angle EFC$



$\Rightarrow \overline{EC} = \overline{EF} \sin \angle EFC = 200 \times 0.6 = 120$

$\Rightarrow \overline{AE} = \overline{AC} - \overline{EC} = 160 - 120 = 40$ ，故選(B)

21.  $|2x-3| \leq x \Rightarrow -x \leq 2x-3 \leq x$

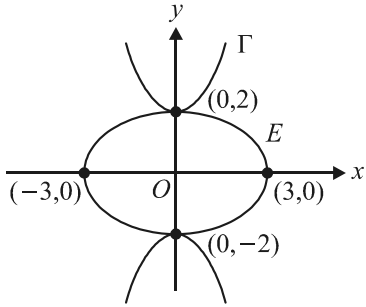
$\Rightarrow \begin{cases} -x \leq 2x-3 \\ 2x-3 \leq x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3x \leq -3 \\ x \leq 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq 3 \end{cases} \Rightarrow 1 \leq x \leq 3$

即區間的長度為  $3-1=2$ ，故選(B)

22.  $\frac{30}{100} \times \frac{25}{100} + \frac{45}{100} \times \frac{30}{100} + \frac{25}{100} \times \frac{28}{100}$

$= \frac{750+1350+700}{10000} = \frac{28}{100} = 28\%$ ，故選(D)

23. 由下圖可知，橢圓  $E$  與雙曲線  $\Gamma$  有 2 個交點，故選(C)



24. 先求剩餘那一次的成績

$$56 \times 6 - 44 - 47 - 54 - 60 - 71 = 60$$

母體標準差公式為  $\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{1}{6} [(44-56)^2 + (47-56)^2 + (54-56)^2 + (60-56)^2 + (60-56)^2 + (71-56)^2]}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{6} (144 + 81 + 4 + 16 + 16 + 225)} = \sqrt{\frac{1}{6} \times 486}$$

$$= \sqrt{81} = 9, \text{ 故選(A)}$$

25. 如右圖所示，設  $\angle C = \theta$

由正弦定理

$$\frac{2}{\sin \theta} = \frac{3}{\sin 2\theta}$$

$$\text{又 } \sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$$

$$\Rightarrow \frac{2}{\sin \theta} = \frac{3}{2 \sin \theta \cos \theta} \Rightarrow \cos \theta = \frac{3}{4}$$

$$\text{又 } \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1, \sin^2 \theta + \left(\frac{3}{4}\right)^2 = 1 \Rightarrow \sin^2 \theta = \frac{7}{16}$$

$$\Rightarrow \sin \theta = \pm \frac{\sqrt{7}}{4} \text{ (負不合, } \because 0^\circ < \theta < 180^\circ)$$

故選(C)

