107 學年度四技二專第三次聯合模擬考試
共同科目　數學(B)卷　詳解

數學(B)卷　　107-3-B

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	B	D	C	C	B	B	A	D	B	D	A	B	A	D	C	C	C	A	D	B	A	C	D	D

1. $m_{L_1}=\dfrac{-a}{4}$，$m_{L_2}=\dfrac{2}{5}$
   $\because L_1\perp L_2$，$\therefore \dfrac{-a}{4}\times\dfrac{2}{5}=-1\Rightarrow a=10$
   可知：L_1：$10x+4y-2=0$，L_2：$2x-5y+b=0$
   $(1,c)$ 代入 L_1：$10+4c-2=0\Rightarrow c=-2$
   再將 $(1,-2)$ 代入 L_2：$2+10+b=0\Rightarrow b=-12$
   $\therefore a+b+c=10-12-2=-4$，故選(A)

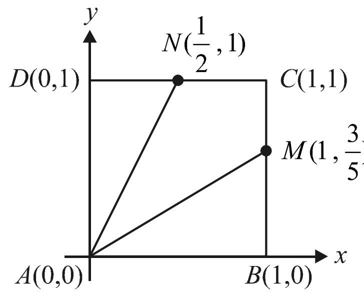
2. $\dfrac{2\sin\theta-\cos\theta}{2\sin\theta+3\cos\theta}=\dfrac{2\cdot\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}-1}{2\cdot\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}+3}$
   $=\dfrac{2\tan\theta-1}{2\tan\theta+3}=\dfrac{2\times4-1}{2\times4+3}=\dfrac{7}{11}$，故選(B)

3. $49\,,47\,,45\,,\cdots\cdots$
   則 $\langle a_k\rangle$ 為首項 49，公差為 -2 的等差數列
   $\therefore a_k=49+(k-1)\times(-2)=51-2k$
   可得原式 $=\displaystyle\sum_{k=1}^{24}k(51-2k)\Rightarrow a=51$
   而 $\displaystyle\sum_{k=1}^{24}k(51-2k)=\sum_{k=1}^{24}(51\cdot k-2k^2)=51\cdot\sum_{k=1}^{24}k-2\cdot\sum_{k=1}^{24}k^2$
   $=51\times\dfrac{24\times(1+24)}{2}-2\times\dfrac{24\times25\times49}{6}=5500$
   $=100\times55\Rightarrow n=55$
   $\therefore 5500=100\times n\Rightarrow n=55$
   可知 $\therefore a+n=51+55=106$，故選(D)

4. 由圖可知
   60 分以下的有 18 人，80 分以下的有 32 人
   ∴60~80 分的有 $32-18=14$ 人，故選(C)

5. (A) 行列互換，其值不變
   (B) $\begin{vmatrix}2a&2b\\2c&2d\end{vmatrix}=2\times2\times\begin{vmatrix}a&b\\c&d\end{vmatrix}=4\times5=20$
   (C) $\begin{vmatrix}2a-5b&b\\2c-5d&d\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}2a&b\\2c&d\end{vmatrix}=2\times\begin{vmatrix}a&b\\c&d\end{vmatrix}=2\times5=10$
   (D) $\begin{vmatrix}3a-b&a+3b\\3c-d&c+3d\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}3a-b&10a\\3c-d&10c\end{vmatrix}=10\times\begin{vmatrix}3a-b&a\\3c-d&c\end{vmatrix}$
   （第一行 $\times3$ 加到第二行；第二行 $\times(-3)$ 加到第一行）
   $=10\times\begin{vmatrix}-b&a\\-d&c\end{vmatrix}=10\times\begin{vmatrix}a&b\\c&d\end{vmatrix}=10\times5=50$，∴故選(C)

6. 假設以 A 為原點 $(0\,,0)$ 建立直角坐標系
   則 $B(1\,,0)$、$C(1\,,1)$、$D(0\,,1)$
   依題意得知，$N(\frac{1}{2}\,,1)$、$M(1\,,\frac{3}{5})$，如下圖所示



   $\Rightarrow \overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AN}=(1\,,\frac{3}{5})\cdot(\frac{1}{2}\,,1)=\frac{1}{2}+\frac{3}{5}=\frac{11}{10}$，故選(B)
   [另解] $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AN}=(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BM})\cdot(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DN})$
   $\Rightarrow \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{DN}+\overrightarrow{BM}\cdot\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BM}\cdot\overrightarrow{DN}$
   $=0+1\times\frac{1}{2}+\frac{3}{5}\times1+0\Rightarrow\frac{11}{10}$

7. $\because \log_a x=\frac{1}{2}$，$\therefore \log_x a=2\cdots\cdots$①
   $\because \log_b x=\frac{1}{3}$，$\therefore \log_x b=3\cdots\cdots$②
   $\because \log_c x=\frac{1}{5}$，$\therefore \log_x c=5\cdots\cdots$③
   由 ①+②+③，$\log_x a+\log_x b+\log_x c=2+3+5$
   $\Rightarrow \log_x(abc)=10\Rightarrow \log_{abc}x=\frac{1}{10}$，故選(B)

8. $f(x)=x^2+x-2=(x+2)(x-1)$
   $\because f(x)$ 可以整除 $g(x)$
   $\therefore x+2\,|\,g(x)$ 且 $x-1\,|\,g(x)\Rightarrow g(-2)=0$ 且 $g(1)=0$
   $\Rightarrow\begin{cases}-8a+4b+34-6=0\\a+b-17-6=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2a-b=7\\a+b=23\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=10\\b=13\end{cases}$
   $\therefore a-b=-3$，故選(A)

9. $\because P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$
   $\frac{1}{2}=\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-P(A\cap B)$，$\therefore P(A\cap B)=\frac{1}{12}$
   而 $P(B'\,|\,A)=\dfrac{P(B'\cap A)}{P(A)}=\dfrac{P(A)-P(A\cap B)}{P(A)}$
   $=\dfrac{\frac{1}{3}-\frac{1}{12}}{\frac{1}{3}}=\dfrac{3}{4}$，故選(D)

10. 依題意：4 個骰子都只能出現 1、2、3、4 四種點數

$\therefore 4^4-\underline{\underline{3}}^4=256-81=175$

(4個骰子都只出現1、2、3三種點數)

故選(B)

11. $\because \alpha$ 、 β 爲 $x^2+5x+5=0$ 之兩根

$\therefore \begin{cases}\alpha^2+5\alpha+5=0\\ \beta^2+5\beta+5=0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\alpha^2+5\alpha=-5\\ \beta^2+5\beta=-5\end{cases}$

則 $(\alpha^2+5\alpha+9)(\beta^2+5\beta-2)=(-5+9)(-5-2)$

$=4\times(-7)=-28$，故選(D)

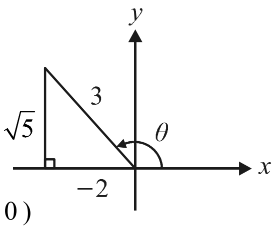
12. $4+\cos\theta=6\sin^2\theta$

$\Rightarrow 4+\cos\theta=6(1-\cos^2\theta)$

$\Rightarrow 6\cos^2\theta+\cos\theta-2=0$

$\Rightarrow (3\cos\theta+2)(2\cos\theta-1)=0$

$\therefore \cos\theta=\dfrac{-2}{3}$ 或 $\dfrac{1}{2}$(不合)



($\because 90°<\theta<180°$，$\therefore \cos\theta<0$)

$\Rightarrow \tan\theta=\dfrac{-\sqrt{5}}{2}$，故選(A)

13. 命中次數由小到大排列如下

3 , 3 , 3 , 4 , 4 , 4 , 4 , 5 , 5 , 5 , 5 , 5 , …… , 10 , 10

其中位數 $=\dfrac{a_{20}+a_{21}}{2}=\dfrac{6+7}{2}=6.5$，故選(B)

14. 由除法原理知可設：

$f(x)=(x^2-3x+2)q_1(x)+3x-4 \Rightarrow f(1)=-1$

$g(x)=(x-1)q_2(x)+5 \Rightarrow g(1)=5$

而 $f(x)+2\cdot g(x)$ 除以 $x-1$ 之餘式爲 $f(1)+2g(1)$

$=-1+2\times5=9$，故選(A)

15. 令 $\angle ABC=\alpha$，$\therefore \theta=90°+\alpha$

而 $\cos\theta=\cos(90°+\alpha)=-\sin\alpha=\dfrac{-4}{5}$，故選(D)

16. $\overline{AC}$ 之中點 $D=(\dfrac{5+1}{2},\dfrac{2+(-4)}{2})=(3,-1)$

$\therefore L$ 爲過 $B(1,-2)$ 、 $D(3,-1)$ 之直線

而 $m=\dfrac{-2-(-1)}{1-3}=\dfrac{1}{2}$

由點斜式得 $y-(-2)=\dfrac{1}{2}(x-1)$

可知 L 之直線方程式爲 $y=\dfrac{1}{2}x-\dfrac{5}{2}$

即 $x-2y-5=0$，故選(C)

17. $a=(\dfrac{1}{2})^{\frac{6}{12}}=[(\dfrac{1}{2})^6]^{\frac{1}{12}}=(\dfrac{1}{64})^{\frac{1}{12}}$

$b=(\dfrac{1}{3})^{\frac{4}{12}}=[(\dfrac{1}{3})^4]^{\frac{1}{12}}=(\dfrac{1}{81})^{\frac{1}{12}}$

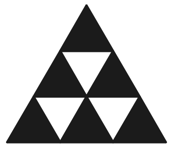
$c=(\dfrac{1}{4})^{\frac{3}{12}}=[(\dfrac{1}{4})^3]^{\frac{1}{12}}=(\dfrac{1}{64})^{\frac{1}{12}}$

$\therefore a=c>b$，故選(C)

18. 圖(10)中，圖型如下圖中塗黑且邊長爲 1 根火柴棒的三角形總個數

$=1+2+3+\cdots+10=\dfrac{10\times(1+10)}{2}=55$

$\therefore$ 需要 $55\times3=165$ 根火柴棒，故選(C)



19. 由柯西不等式知

$(x^2+(2y)^2)(3^2+1^2)\ge(3x+2y)^2$

$\Rightarrow (3x+2y)^2\le30 \Rightarrow -\sqrt{30}\le3x+2y\le\sqrt{30}$

$\therefore$ 最大值 $=\sqrt{30}$，故選(A)

20. 選1對 → 選2人，但<u>不可</u>選同對夫婦

$\dfrac{C^4_1\times(C^6_2-3)}{C^8_4}=\dfrac{24}{35}$

故選(D)

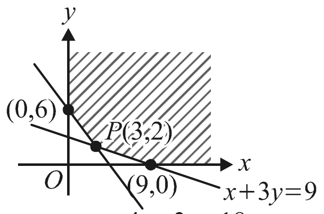
21. 令 $x+y+z+u+k=10$ (x 、 y 、 z 、 u 爲正整數，k 爲非負整數)

原題轉化爲 $(x-1)+(y-1)+(z-1)+(u-1)+k=6$

即 $x'+y'+z'+u'+k=6$

求非負整數解，$\therefore H^5_6=C^{10}_6=\dfrac{10!}{6!\cdot4!}=210$，故選(B)

22. 滿足不等式方程組之區域如下



而 $\begin{cases}4x+3y=18\\ x+3y=9\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x=3\\ y=2\end{cases}$，$\therefore P(3,2)$

	(0 , 6)	(3 , 2)	(9 , 0)
$2x+y$	6	8	18

$\therefore 2x+y$ 之最小值爲 6，故選(A)

23. ΔABF 中，$\because \angle BAF=\theta$，$\therefore \overline{BF}=a\cdot\sin\theta$

而 ΔBDE 中，$\because \angle EBD=\theta$，$\therefore \overline{BE}=b\cdot\cos\theta$

可知：$\overline{CD}=\overline{EF}=\overline{BE}+\overline{BF}=a\sin\theta+b\cos\theta$，故選(C)

24. $|t\vec{a}+\vec{b}|^2=(t\vec{a}+\vec{b})\cdot(t\vec{a}+\vec{b})=|\vec{a}|^2t^2+2t\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2$

$=t^2+2t|\vec{a}||\vec{b}|\cos60°+16$

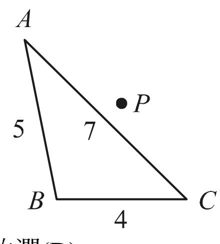
$=t^2+4t+16=(t+2)^2+12$

當 $t=-2$ 時，y 有最小值 $2\sqrt{3}$，故選(D)

25. $\because$ 到 A 、 B 、 C 之距離皆相等

$\therefore P$ 點必爲 ΔABC 之外心

$\Rightarrow \overline{PA}=\overline{PB}=\overline{PC}=R=\dfrac{abc}{4\Delta}$



而 ΔABC 之面積

$=\sqrt{8\times(8-5)(8-4)(8-7)}=4\sqrt{6}$

$\therefore R=\dfrac{5\times4\times7}{4\times4\sqrt{6}}=\dfrac{35}{4\sqrt{6}}=\dfrac{35\sqrt{6}}{24}$，故選(D)