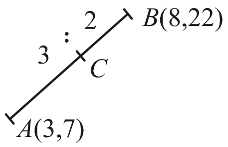
107 學年度四技二專第二次聯合模擬考試
共同科目　數學(B)卷　詳解

數學(B)卷 107-2-B

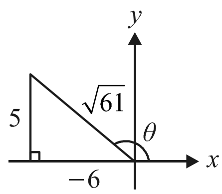
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	B	B	C	B	D	C	B	A	D	A	A	D	B	C	C	A	C	B	C	D	A	D	D	B

1. $C=(\dfrac{3\times 8+2\times 3}{3+2},\dfrac{3\times 22+2\times 7}{3+2})$
$=(6,16)$
故選(A) (6 , 16)



2. $L：5x-12y-7=0$
(A) $\dfrac{|5\times 6-12\times 2-7|}{13}=\dfrac{1}{13}$
(B) $\dfrac{|5\times 7-12\times 2-7|}{13}=\dfrac{4}{13}$，最遠
(C) $\dfrac{|5\times 8-12\times 3-7|}{13}=\dfrac{3}{13}$
(D) $\dfrac{|5\times 9-12\times 3-7|}{13}=\dfrac{2}{13}$
故(B) (7 , 2)

3. $\tan\theta<0$，θ可能為第二、第四象限角
$\cos\theta<0$，θ可能為第二、第三象限角
取交集，故θ為第二象限角
已知$\tan\theta=-\dfrac{5}{6}$，如右圖
則斜邊$=\sqrt{(-6)^2+5^2}=\sqrt{61}$
$\sin\theta=\dfrac{5}{\sqrt{61}}$，$\cos\theta=\dfrac{-6}{\sqrt{61}}$
可得$\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{-1}{\sqrt{61}}$，故選(B)



4. (1) $\sin x$的週期為2π，$f(x)$中x的係數為π
$\therefore f(x)$的週期是$\sin x$的$\dfrac{1}{\pi}$倍
故$f(x)$的週期$T=\dfrac{2\pi}{\pi}=2$
(2) $\because -1\le\sin(\pi x+7)\le 1$
$\Rightarrow -4\le 4\sin(\pi x+7)\le 4\Rightarrow -5\le 4\sin(\pi x+7)-1\le 3$
故$f(x)$的最大值$M=3$
$\therefore T+M=2+3=5$，故選(C)

5. [方法一] $\overrightarrow{AB}=(4,3)$，$\overrightarrow{AC}=(1,k-1)$
$\because \overline{AB}\perp\overline{AC}$，$\therefore \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=0$
$(4,3)\cdot(1,k-1)=0\Rightarrow 4\times 1+3\times(k-1)=0$
$4+3k-3=0$，$k=-\dfrac{1}{3}$
[方法二] $m_{AB}=\dfrac{4-1}{6-2}=\dfrac{3}{4}$，$m_{AC}=\dfrac{k-1}{3-2}=k-1$
$\because \overline{AB}\perp\overline{AC}$，$\therefore m_{AB}\times m_{AC}=-1$
$\Rightarrow \dfrac{3}{4}\times(k-1)=-1\Rightarrow k=-\dfrac{1}{3}$，故選(B)

6. $\sqrt[9]{\dfrac{2^3\times(2^5)^7}{4}}=\sqrt[9]{\dfrac{2^3\times 2^{35}}{2^2}}=\sqrt[9]{2^{3+35-2}}=2^{\frac{36}{9}}=2^4=16$
故選(D)

7. 原式$\Rightarrow 4^{2x-3}=(\dfrac{1}{2})^{2(x-6)}\Rightarrow 4^{2x-3}=(2^2)^{-(x-6)}$
$\Rightarrow 4^{2x-3}=4^{-x+6}\Rightarrow 2x-3=-x+6\Rightarrow 3x=9\Rightarrow x=3$
故選(C)

8. $\dfrac{a_4}{a_3}=\dfrac{4}{3}=r$，$a_6=a_4\times r^2=4\times\dfrac{16}{9}=\dfrac{64}{9}$，故選(B)

9. (A) 設$\langle a_n\rangle$公差為d
則$\langle 2^{a_n}\rangle=\langle 2^{a_1},2^{a_1+d},2^{a_1+2d},\cdots\cdots 2^{a_1+(n-1)d},\cdots\cdots\rangle$
其第n項與第$n-1$項比值$\dfrac{2^{a_n}}{2^{a_{n-1}}}=\dfrac{2^{a_1+(n-1)d}}{2^{a_1+(n-2)d}}=2^d$是不為零的定值，$\therefore\langle 2^{a_n}\rangle$為公比$2^d$的等比數列
在(B)(C)(D)中
令$\langle a_n\rangle=\langle 1,2,3,4,5\cdots\cdots\rangle$
$\langle b_n\rangle=\langle 1,2,4,8,16\cdots\cdots\rangle$
$\langle c_n\rangle=\langle 1,3,9,27,81,\cdots\cdots\rangle$
可得$\langle 2^{b_n}\rangle=\langle 2,4,16,256,\cdots\cdots\rangle$
$\langle a_nb_n\rangle=\langle 1,4,12,32,\cdots\cdots\rangle$
$\langle b_n+c_n\rangle=\langle 2,5,13,35,\cdots\cdots\rangle$
皆非等比數列，故選(A)

10. $x^2+x-2=(x+2)(x-1)$
$\therefore f(x)$有$x+2$和$x-1$的因式
$f(1)=5+a+b+8=0$，$a+b=-13$，故選(D)

11. 由餘式定理得知，$f(99)$即$f(x)$除以$x-99$之餘式，利用綜合除法可知$f(99)=100$，故選(A)
$$\begin{array}{l|l} 1-97-200+199+1 & 99 \\ \quad +99+198-198+99 & \\ \hline 1+2\quad -2\quad +1 & +100 \end{array}$$

12. $\begin{vmatrix}3b & a+b\\ 3d & c+d\end{vmatrix}$(第一行的 3 倍可提出)
$=3\begin{vmatrix}b & a+b\\ d & c+d\end{vmatrix}$(第一行同乘以$-1$倍，加到第二行)
$=3\begin{vmatrix}b & a\\ d & c\end{vmatrix}$(第一、二行互換位置，行列式差負號)

$=-3\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=-3\times 10=-30$，故選(A)

13. 根據餘弦定理

$\cos A=\dfrac{5}{12}=\dfrac{6^2+5^2-\overline{BC}^2}{2\cdot 6\cdot 5}$，$\overline{BC}^2=36$，$\overline{BC}=6$

故選(D)

14. $f(x)=3x^2-30x+300$

$=3(x^2-10x)+300=3(x-5)^2+225$

當 $x=5$ 時，在對稱軸上

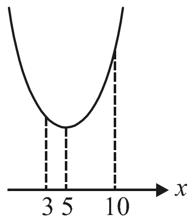
$f(5)=225=m$

因為開口向上，對稱軸在 $x=5$

所以 $x=10$ 位置比 $x=3$ 高

當 $x=10$ 時，$f(10)=300=M$

$M-m=300-225=75$，故選(B)



15. $\sum_{k=1}^{20}(k+4)(k-1)=\sum_{k=1}^{20}(k^2+3k-4)$

$=\sum_{k=1}^{20}(k^2)+\sum_{k=1}^{20}(3k)-\sum_{k=1}^{20}4$

$=\dfrac{20\times 21\times 41}{6}+3\times\dfrac{20\times 21}{2}-20\times 4$

$=2870+630-80=3420$，故選(C)

16. 設兩正根為 α 和 $\alpha+3$，由根與係數的關係得知

$\begin{cases}\alpha+(\alpha+3)=\dfrac{-k}{3}\cdots\cdots ① \\ \alpha(\alpha+3)=10\cdots\cdots ②\end{cases}$

$② \Rightarrow \alpha^2+3\alpha-10=0$

$\Rightarrow (\alpha+5)(\alpha-2)=0 \Rightarrow \alpha+5=0$ 或 $\alpha-2=0$

$\alpha=-5$ (不合)或 2 代入 ① 可得

$2+5=-\dfrac{k}{3}\Rightarrow k=-21$，故選(C)

17. $\cos 105^\circ\cos 30^\circ+\sin 105^\circ\sin 30^\circ$

$=\cos(105^\circ-30^\circ)=\cos 75^\circ=\cos(45^\circ+30^\circ)$

$=\cos 45^\circ\cos 30^\circ-\sin 45^\circ\sin 30^\circ$

$=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\cdot\dfrac{1}{2}=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$，故選(A)

18. $\because \vec{a}+2\vec{b}+3\vec{c}=\vec{0}\Rightarrow \vec{a}+2\vec{b}=-3\vec{c}\Rightarrow |\vec{a}+2\vec{b}|^2=|-3\vec{c}|^2$

$\Rightarrow |\vec{a}|^2+2\vec{a}\cdot 2\vec{b}+4|\vec{b}|^2=9|\vec{c}|^2$

$\Rightarrow 16+4\cdot 6+4\cdot 25=9|\vec{c}|^2$

$\Rightarrow |\vec{c}|^2=\dfrac{140}{9}$，可得 $|\vec{c}|=\sqrt{\dfrac{140}{9}}=\dfrac{2\sqrt{35}}{3}$，故選(C)

19. $\log 2^{60}=60\times\log 2=60\times 0.3010=18.06=18+0.06$

首數為 18，故 2^{60} 為 $18+1=19$ 位數，故選(B)

20. $\dfrac{3x+4}{(x+1)(x+2)}=\dfrac{A}{x+1}+\dfrac{B}{x+2}$

等號兩邊同乘以 $(x+1)(x+2)$

$3x+4=A(x+2)+B(x+1)$

令 $x=-1$ 代入得 $-3+4=A\Rightarrow A=1$

令 $x=-2$ 代入得 $-6+4=-B\Rightarrow B=2$

$A+B=1+2=3$，故選(C)

21. 原式由十字交乘法得知

$(2\cos\theta+1)(\cos\theta-2)=0$，$\cos\theta=-\dfrac{1}{2}$ 或 2(不合)

因 $180^\circ<\theta<270^\circ$，故 $\theta=240^\circ$，故選(D)

22. 設 $f(x)=(x-2)(ax^2+bx+c)$

$f(1)=-10=(-1)(a+b+c)$

$f(3)=36=9a+3b+c$

$f(4)=110=2(16a+4b+c)$

$\begin{cases}a+b+c=10\cdots\cdots ① \\ 9a+3b+c=36\cdots\cdots ② \\ 16a+4b+c=55\cdots\cdots ③\end{cases}$

$\begin{cases}②-①\times 3 \\ ③\times 3-②\times 4\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}6a-2c=6 \\ 12a-3c=15\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=2 \\ b=5 \\ c=3\end{cases}$

$f(0)=(0-2)(2\times 0^2+5\times 0+3)=-6$，故選(A)

23. 根據因式定理

(A) $f(-1)=-1-1+10+8=0$，故 $x+1$ 是一次因式

(B) $f(-2)=-8-4+20-8=0$，故 $x+2$ 是一次因式

(C) $f(4)=64-16-40-8=0$，故 $x-4$ 是一次因式

(D) $f(2)=8-4-20-8=-24\neq 0$，故 $x-2$ 不是一次因式

故選(D)

24. [方法 1]原式由十字交乘法得知

$(\log_2 x-7)(\log_2 x-1)=0$，$\log_2 x=7$ 或 1

$x=2^7$ 或 2^1，$x=128$ 或 2，$\alpha\beta=128\times 2=256$

[方法 2]令 $\log_2 x=t$，原式變成 $t^2-8t+7=0$

且將 $t=\log_2\alpha$ 、 $\log_2\beta$ 代入皆成立

故 $\log_2\alpha$ 、 $\log_2\beta$ 為 $t^2-8t+7=0$ 的兩根

由根與係數的關係知 $\log_2\alpha+\log_2\beta=-\dfrac{-8}{1}=8$

$\log_2\alpha\beta=8\Rightarrow\alpha\beta=2^8=256$，故選(D)

25. $\because A$ 、 B 兩點的 x 坐標差為 $\sin\theta-\cos\theta$

y 坐標差為 $\cos\theta-\sin\theta$

$\therefore \overline{AB}=\sqrt{(\sin\theta-\cos\theta)^2+(\cos\theta-\sin\theta)^2}$

$=\sqrt{2\sin^2\theta-4\sin\theta\cos\theta+2\cos^2\theta}$

$=\sqrt{2-4\sin\theta\cos\theta}\cdots\cdots ①$

因為

$\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{7}{5}\overset{平方}{\Rightarrow}\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=\dfrac{49}{25}$

$\Rightarrow 1+2\sin\theta\cos\theta=\dfrac{49}{25}$

$\Rightarrow 2\sin\theta\cos\theta=\dfrac{24}{49}$ 可得 $\sin\theta\cos\theta=\dfrac{12}{25}$ 代入 ①

$\therefore$原式 $\overline{AB}=\sqrt{2-4\sin\theta\cos\theta}$

$=\sqrt{2-4\times\dfrac{12}{25}}=\sqrt{\dfrac{2}{25}}=\dfrac{\sqrt{2}}{5}$，故選(B)