

難易度 ⚪

## 01 老師講解

### 無理數相等性質

### 學生演練



若  $a$ 、 $b$  為有理數且

$$a(3+\sqrt{2})+b\sqrt{2}=6+3\sqrt{2} \text{，試求 } a \text{、} b \text{ 之值。}$$

若  $m$ 、 $n$  為有理數且

$$(2+\sqrt{3})m+n(\sqrt{3}-1)=2+4\sqrt{3} \text{，試求 } m \text{、} n \text{ 之值。}$$

難易度 ⚪ ⚪

## 02 老師講解

### 根式運算

### 學生演練



$$\text{化簡 } 2\sqrt{27} + 3\sqrt{18} + 2\sqrt{72} - \sqrt{75} \text{。}$$

$$\text{化簡 } 3\sqrt{6} + 2\sqrt{108} - \sqrt{54} - 3\sqrt{3} \text{。}$$

難易度 ⚡ ⚡

03

老師講解

算幾不等式

學生演練



已知  $a > 0$  、  $b > 0$  且  $a + b = 12$ ，試求  $ab$  之最大值及最大值發生時  $a$  、  $b$  之值。

欲用 20 公尺長繩子圍一個矩形，試求此矩形的最大面積，並求面積最大時長和寬為何？



自我挑戰



1. 若  $a$  、  $b$  為有理數，則  $(2 + \sqrt{3})a + (1 - 5\sqrt{3})b = 3 + 7\sqrt{3}$ ，求  $a - b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
2. 化簡  $\sqrt{27} - \sqrt{48} + \sqrt{75} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
3. 已知  $a > 0$  、  $b > 0$  且  $a \cdot b = 12$ ，則  $3a + b$  之最小值為  $\underline{\hspace{2cm}}$ ，當最小值發生時， $a = \underline{\hspace{2cm}}$  、  $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
4. 已知  $x$  為實數且  $x > 1$ ，求  $x + 2 + \frac{4}{x-1}$  的最小值為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

難易度 ⚡



01

## 老師講解

## 分點和距離

## 學生演練

已知  $A(-2)$ 、 $B(8)$ 、 $P(x)$ 、 $Q(y)$  為數線上四點：

- (1) 試求  $\overline{AB}$  距離及  $A$ 、 $B$  中點坐標。
- (2) 若  $P$  在  $\overline{AB}$  之上且  $\overline{AP}:\overline{BP}=2:3$ ，試求  $P$  點坐標。
- (3) 若  $Q$  在  $\overline{AB}$  延長線上且  $\overline{AQ}:\overline{BQ}=5:2$ ，試求  $Q$  點坐標。

已知  $A(-1)$ 、 $B(3)$ 、 $P(x)$ 、 $Q(y)$  為數線上四點：

- (1) 試求  $\overline{AB}$  距離及  $A$ 、 $B$  中點坐標。
- (2) 若  $P$  在  $\overline{AB}$  之上且  $\overline{AP}:\overline{BP}=3:4$ ，試求  $P$  點坐標。
- (3) 若  $Q$  在  $\overline{AB}$  延長線上且  $\overline{AQ}:\overline{BQ}=2:3$ ，試求  $Q$  點坐標。

難易度 ⚡

02

老師講解

## 絕對值方程式與不等式

學生演練



試解下列方程式或不等式：

$$(1) |x - 1| = 2 \text{ 。}$$

$$(2) |2x - 1| \geq 3 \text{ 。}$$

試解下列方程式或不等式：

$$(1) |2x + 1| = 3 \text{ 。}$$

$$(2) |3x - 2| < 4 \text{ 。}$$

難易度 ⚡ ⚡

03

老師講解

## 絕對值不等式

學生演練



已知不等式  $|x - a| < b$  之解為  $-2 < x < 8$ ，試求  $a$ 、 $b$  之值。

已知不等式  $|2x - a| \geq b$  解為  $x \geq 5$  或  $x \leq -3$ ，試求  $a$ 、 $b$  之值。

難易度 ⚡ ⚡ ⚡

04 老師講解

絕對值不等式

學生演練



試求滿足  $1 < |2x - 1| \leq 5$  的整數解有幾個？

試求滿足  $2 \leq |3x + 1| < 8$  的整數解有幾個？

難易度 ⚡

05 老師講解

坐標象限判斷

學生演練



若點  $(ab, a - b)$  在第三象限，則點  $(a^2b, \frac{a}{b})$  在第幾象限？

若點  $(a - b, \frac{a^3}{b})$  在第四象限，則點  $(b - a, ab^2)$  在第幾象限？

難易度 ⚡

06 老師講解

## 距離、中點公式

學生演練



已知  $A(2,3)$ 、 $B(-2,6)$ ，試求  $A$ 、 $B$  之中點及  $\overline{AB}$  之值。

已知  $A(-2,4)$ 、 $B(x,y)$ ，若  $A$ 、 $B$  之中點為  $(1,3)$ ，試求  $B$  坐標及  $\overline{AB}$  之值。

難易度 ⚡ ⚡

07 老師講解

## 分點坐標

學生演練



已知  $A(-1,2)$ 、 $B(3,5)$ ， $P$  點在  $\overline{AB}$  上且  $2\overline{AP} = 3\overline{BP}$ ，試求  $P$  坐標為何？

已知  $A(2,1)$ 、 $B(4,6)$ ， $P$  點在  $\overline{AB}$  延長線上且  $\overline{AP} : \overline{BP} = 5 : 3$ ，試求  $P$  坐標為何？

難易度 ☆☆

08

老師講解

## 三角形重心及平行四邊形

學生演練



若平面三點  $A(1,2)$ 、 $B(3,5)$ 、 $C(-1,5)$ ，則：

- (1) 試求  $\triangle ABC$  之重心。
- (2) 若  $D$  為平行四邊形  $ABCD$  第四頂點，試求  $D$  坐標。

若平面三點  $A(-1,2)$ 、 $B(4,3)$ 、 $C(5,4)$ ，則：

- (1) 若  $D$  為平行四邊形  $ABCD$  第四頂點，試求  $D$  坐標。
- (2) 若  $\triangle ABE$  之重心為  $G(1,-2)$ ，試求  $E$  坐標。



## 自我挑戰



1. 不等式 $|3x-5|<9$ 的解為整數者共有 \_\_\_\_\_ 個。
  
2. 設  $a$ 、 $b$  為實數，若不等式 $|x-a|\leq b$ 的解為 $-4\leq x\leq 1$ ，則 $a+b=$ \_\_\_\_\_。
  
3. 若點  $P(k-2, 2k+3)$  在第二象限，則  $k$  的範圍為 \_\_\_\_\_。
  
4. 已知  $A(-1,3)$ 、 $B(9,-12)$ ， $P$  點在  $\overline{AB}$  上，且  $\overline{AP}:\overline{BP}=3:2$ ，則  $P$  點到  $(1,-4)$  之距離為 \_\_\_\_\_。
  
5. 設一圓之直徑兩端點為  $(-7,2)$ 、 $(1,8)$ ，若圓心  $O$  為  $(h,k)$ ，半徑為  $r$ ，則  $h+k+r=$ \_\_\_\_\_。
  
6. 平行四邊形  $ABCD$  中三個頂點為  $A(6,3)$ 、 $C(-5,-1)$ 、 $D(-1,6)$ ，則  $B$  點坐標為 \_\_\_\_\_。

難易度 \*

01

## 老師講解

## 函數定義域

學生演練



已知  $f(x) = \frac{1}{x^2 - x - 6}$ ，試求其定義域。

已知  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-2}}$ ，試求其定義域。

難易度 \*\*

02

## 老師講解

## 函數值

學生演練



已知  $f(x) = \begin{cases} 2x & , x < -1 \\ x^2 + 1 & , -1 \leq x < 3 \\ 4 & , x \geq 3 \end{cases}$ ，試求下列各式

之值：

$$(1) f(-2) + f(2) + f(4) \text{。}$$

$$(2) f(f(2)) \text{。}$$

已知  $f(x) = \begin{cases} |x| & , x < -2 \\ x+1 & , -2 \leq x \leq 2 \\ \sqrt{x} & , x > 2 \end{cases}$ ，試求下列各式

之值：

$$(1) f(-3) + f(0) + f(4) \text{。}$$

$$(2) f(f(4)) \text{。}$$

難易度 ⚫ ⚫

### 03 老師講解

若  $f(2x-1)=3x+2$ ，試求  $f(3)$  之值。

### 函數值

### 學生演練



若  $f\left(\frac{x+1}{x-1}\right)=2x+1$ ，試求  $f(-1)$  之值。

難易度 ⚫ ⚫

### 04 老師講解

已知一直線過  $(2, -1)$ 、 $(1, 1)$  二點，若直線亦通過點  $(3, k)$ ，試求  $k$  之值。

### 函數值

### 學生演練



設一次函數  $y = f(x) = ax + b$ ，已知  $f(2) = 4$ 、 $f(3) = 1$ ，試求  $f(1)$  之值。

難易度 ⚡ ⚡

## 05 老師講解

## 頂點坐標與極值

## 學生演練



- (1) 試求  $f(x) = 2x^2 - 4x + 1$  的頂點坐標和極值。  
(2) 承上題，若  $0 \leq x \leq 3$ ，試求  $f(x)$  極值。

- (1) 試求  $f(x) = -x^2 + 2x + 5$  的頂點坐標和極值。  
(2) 承上題，若  $-1 \leq x \leq 2$ ，試求  $f(x)$  極值。

難易度 ☆☆



06

老師講解

函數平移

學生演練

將函數  $f(x) = x^2 + x - 1$  向右平移 1 單位，再向下平移 2 單位，試求新函數。

將函數  $f(x) = x^2 - x + 2$  向左平移 2 單位，再向上平移 1 單位，試求新函數。

難易度 ⚡⚡⚡

07

老師講解

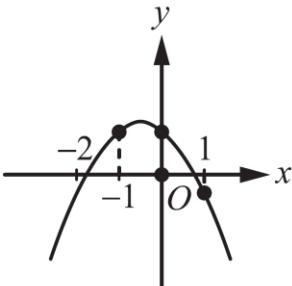
## 二次函數圖形判定

學生演練



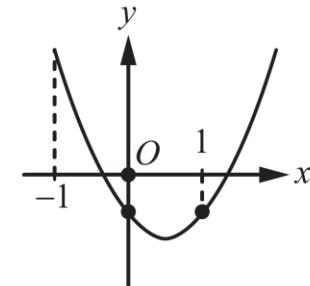
已知  $f(x) = ax^2 + bx + c$  圖形如下，試判斷下列各值之正負：

- (1)  $a$
- (2)  $b$
- (3)  $c$
- (4)  $b^2 - 4ac$
- (5)  $a+b+c$
- (6)  $a-b+c$  °



已知  $f(x) = ax^2 + bx + c$  圖形如下，試判斷下列各值之正負：

- (1)  $a$
- (2)  $b$
- (3)  $c$
- (4)  $b^2 - 4ac$
- (5)  $a+b+c$
- (6)  $a-b+c$  °



難易度 ⚡ ⚡

## 08 老師講解

## 一元二次不等式

## 學生演練



試解下列不等式：

- (1)  $-x^2 - x + 2 \leq 0$  。 (2)  $x^2 - 4x + 4 > 0$  。  
(3)  $x^2 + x + 2 > 0$  。

試解下列不等式：

- (1)  $x^2 - x - 1 \geq 0$  。 (2)  $x^2 - 6x + 9 < 0$  。  
(3)  $x^2 - 2x + 3 \leq 0$  。

難易度 ⚡ ⚡

## 09 老師講解

## 一元二次不等式 $b^2 - 4ac < 0$

## 學生演練



若二次不等式  $ax^2 + 2x + 3 > 0$  之解為任意數，試求  $a$  的範圍。

若二次不等式  $x^2 + ax + 1 \leq 0$  之解為無解，試求  $a$  的範圍。

難易度 ⚫ ⚫



10

老師講解

### 由解反求不等式

學生演練

若二次不等式  $ax^2 + bx + 12 \leq 0$  的解為  
 $x \geq 2$  或  $x \leq -3$ ，試求  $a$ 、 $b$  之值。

若二次不等式  $ax^2 - 2x + b < 0$  的解為  
 $-1 < x < 2$ ，試求  $a$ 、 $b$  之值。

難易度 ⚫ ⚫



11

老師講解

### 分式不等式

學生演練

試解分式不等式  $\frac{x+2}{x-1} \geq -1$ 。

試解分式不等式  $\frac{2x-3}{x-2} \leq 0$ 。



## 自我挑戰



1. 設  $f\left(\frac{2x-1}{3x+2}\right) = 3x^2 - 7x + 8$ ，則  $f\left(\frac{1}{2}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
2.  $f(x)$  為一線型函數，且圖形通過  $(1, 5)$ 、 $(-3, -7)$ 、 $(2, y)$ ，則  $y = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
3. 二次函數  $y = 2x^2 + bx + c$  之頂點坐標為  $(-1, 7)$ ，則  $b + 2c = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
4. 設  $a$ 、 $b$ 、 $c$  為實數，且二次函數  $y = ax^2 + bx + c$  的圖形如右圖所示，  
則點  $P(b^2 - 4ac, abc)$  在第  $\underline{\hspace{2cm}}$  象限。
5. 試解下列不等式：  
(1)  $-2x^2 + 5x + 3 > 0$ 。  $\underline{\hspace{2cm}}$       (2)  $\frac{x+1}{x-3} > 2$ 。  $\underline{\hspace{2cm}}$
6. 設  $k$  為實數，若任意實數  $x$  均使  $kx^2 + 4x + k$  恒為正數，則  $k$  之範圍為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
7. 不等式  $ax^2 + bx + 2 \geq 0$  之解為  $-2 \leq x \leq \frac{1}{2}$ ，則  $a + b$  之值為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
8. 若  $y = f(x) = x^2 - x - 2$  圖形和  $x$  軸交於  $P$ 、 $Q$  兩點（ $P$  在  $Q$  的左側），和  $y$  軸交於  $R$  點，  
頂點為  $A$ ，試求：  
(1)  $P$ 、 $Q$ 、 $R$  坐標為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。 (2)  $\triangle APQ$  面積為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

